

## **BAB 3**

# Prinsip Pemodelan Matematika



**Ir. Abdul Wahid, MT.**

**Departemen Teknik Kimia  
Fakultas Teknik Universitas Indonesia  
Depok 2007**

## BAB 3

### PRINSIP PEMODELAN MATEMATIS

#### 3.1 PENDAHULUAN

Model yang dibahas pada bab ini berdasarkan pada teori dan hukum-hukum yang fundamental, seperti hukum kekekalan massa, energi, dan momentum. Dari berbagai pendekatan yang ada untuk mempelajari suatu sistem fisik, para *engineer* cenderung memilih model fundamental karena beberapa alasan, yaitu:

- a. Prinsip-prinsip fundamental menyederhanakan pandangan kita terhadap alam
- b. Prinsip-prinsip fundamental dapat digunakan secara luas dan memungkinkan *engineer* untuk mengevaluasi potensi perubahan kondisi operasi dan peralatan untuk disain *plant* baru
- c. Prinsip-prinsip fundamental dapat dinyatakan dalam persamaan analitik yang menghubungkan berbagai variabel fisik sistem dan perilaku dinamikanya.

#### 3.2 PROSEDUR PEMODELAN

Pemodelan adalah suatu pekerjaan yang membutuhkan kreativitas dan kemampuan problem-solving. Metode umum yang ditampilkan pada Tabel 3.1 dapat digunakan sebagai alat bantu dalam mempelajari dan mengaplikasikan kemampuan pemodelan.

**Tabel 3.1 Outline Prosedur Dasar Pemodelan**

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Menentukan tujuan</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Desain spesifik</li> <li>b. Nilai numerik</li> <li>c. Hubungan fungsional</li> <li>d. Keakuratan yang diinginkan</li> </ol> </li> <li>2. <b>Mempersiapkan Informasi</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Sketsa proses dan identifikasi sistem</li> <li>b. Identifikasi variabel yang diinginkan</li> <li>c. Tetapkan asumsi dan data</li> </ol> </li> <li>3. <b>Memformulasikan Model</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Neraca massa dan energi</li> <li>b. Persamaan konstitutif</li> <li>c. Rasionalisasi</li> <li>d. Cek derajat kebebasan</li> <li>e. Bentuk tak berdimensi</li> </ol> </li> <li>4. <b>Menentukan Solusi</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Analitik</li> <li>b. Numerik</li> </ol> </li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. <b>Menganalisa Hasil</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Memeriksa kebenaran hasil               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Batasi dan perkiraan hasil</li> <li>2. Akurasi metode numerik</li> </ol> </li> <li>b. Menginterpretasikan hasil               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Plot solusi</li> <li>2. Perilaku karakteristik</li> <li>3. Hubungkan hasil dengan data dan asumsi</li> <li>4. Evaluasi sensitivitas</li> <li>5. Jawab pertanyaan “bagaimana jika”</li> </ol> </li> </ol> </li> <li>6. <b>Validasi Model</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Pilih nilai kunci untuk validasi</li> <li>b. Bandingkan dengan hasil eksperimen</li> <li>c. Bandingkan dengan hasil dari model yang lebih kompleks</li> </ol> </li> </ol>
---	--

Perlu diingat bahwa langkah-langkah di atas dapat dibagi menjadi dua kategori:

- Langkah 1-3 (Pengembangan model)
- Langkah 4-6 (Solusi atau simulasi model)

Setiap langkah akan dibahas di bawah ini.

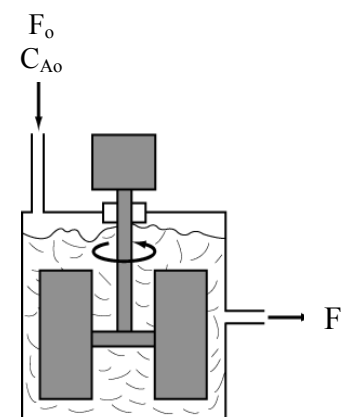
### **Menentukan Tujuan**

Aspek yang paling penting dalam pemodelan mungkin adalah menentukan jenis model yang ingin diselesaikan permasalahannya. Penentuan ini adalah unsur yang sangat penting dalam pemodelan matematis. Tujuan harus secara spesifik menjelaskan jenis informasi yang diinginkan. Nilai numerik yang spesifik mungkin dibutuhkan, selanjutnya *engineer* mungkin ingin menentukan informasi semi-kuantitatif mengenai karakteristik perilaku sistem. Akhirnya, *engineer* ingin mengetahui lebih jauh mengenai hubungan fungsional antara berbagai variabel dalam sistem tersebut.

Faktor lain yang juga penting dalam menentukan tujuan pemodelan adalah keakuratan model dan pengaruh ketidakakuratan yang disebabkan oleh berbagai perkiraan pada hasil akhir.

### **Contoh 3.1**

Tujuan. Respon dinamik tangki pengaduk pada Gambar 3.1 terhadap perubahan step di konsentrasi inlet akan ditentukan, bersama dengan bentuk dan kecepatan respon yang bergantung pada volume dan laju alir. Pada contoh ini, aliran outlet tidak dapat digunakan untuk produksi hingga terjadi perubahan 90% konsentrasi outlet. Oleh karena itu, tujuan spesifik dari contoh ini adalah menentukan berapa lama setelah perubahan step aliran outlet mencapai komposisi ini.



**Gambar 3.1 CSTR**

### **Mempersiapkan Informasi**

Langkah pertama adalah mengidentifikasi sistem. Hal ini biasanya dilakukan dengan membuat sketsa proses, mengidentifikasi variabel-variabel kunci, dan mendefinisikan batasan sistem dimana kesetimbangan akan diterapkan.

Sistem, atau kontrol volume, harus berupa volume dimana sifat-sifat penting tidak bervariasi terhadap posisi.

Asumsi tangki berpengaduk sempurna seringkali digunakan pada buku ini, karena walaupun sistem seperti itu tidak nyata, tetapi banyak sistem yang mendekati perilaku ini. Sistem dibagi dua kelompok berdasarkan variasi nilai terhadap posisi, yaitu lumped-parameter system, dimana tidak ada variasi spasial nilai variabel-variabel penting, dan distribution-parameter system, yaitu sistem yang variabel pentingnya berubah secara signifikan terhadap posisi. Sebagai tambahan pemilihan sistem, maka digunakan asumsi-asumsi. Komponen kedua dari tahap informasi ini berhubungan dengan sistem kimia fisis.

#### CONTOH 3.1

**Informasi.** Sistem adalah cairan dalam tangki. Tangki didesain dengan baik sehingga konsentrasi seragam.

#### **Asumsi.**

1. Tangki berpengaduk sempurna
2. Densitas A dan pelarut sama
3. Aliran masuk konstan

#### **Data.**

1.  $F_o = 0.085 \text{ m}^3/\text{min}$ ,  $V = 2.1 \text{ m}^3$ ,  $C_{A\text{init}} = 0.925 \text{ mol/m}^3$ ,  $\Delta C_{A_o} = 0.925 \text{ mol/m}^3$ , maka  $C_{A_o} = 1.85 \text{ mol/m}^3$  setelah step.
2. Kondisi awal sistem adalah steady state ( $C_{A_o} = C_A = C_{A\text{init}}$  pada  $t=0$ )

### **Memformulasikan Model**

Mula-mula dipilih variabel penting yang perilakunya akan diprediksi. Kemudian persamaan diturunkan berdasarkan prinsip-prinsip dasar, yang umumnya

dibagi menjadi dua kategori, yaitu: konservasi dan konstitutif. Hukum kekekalan atau konservasi adalah hubungan yang diikuti oleh seluruh sistem fisik dalam asumsi-asumsi umum yang valid untuk proses kimia. Hukum kekekalan yang paling sering digunakan pada proses kontrol adalah kekekalan massa dan energi.

Persamaan neraca umumnya ditulis dalam bentuk seperti di bawah ini untuk sistem pada Gambar 3.2 :

$$\text{Akumulasi} = \text{masuk} - \text{keluar} + \text{generasi}$$

### NERACA MASSA TOTAL

$$\{\text{Akumulasi massa}\} = \{\text{massa masuk}\} - \{\text{massa keluar}\} \quad (3.2)$$

### NERACA MASSA KOMPONEN

$$\{\text{Akumulasi massa komponen}\} = \{\text{massa komponen masuk}\} - \{\text{massa komponen keluar}\} + \{\text{generasi massa komponen}\} \quad (3.3)$$

### NERACA ENERGI

$$\{\text{Akumulasi } U + PE + KE\} = \{\text{H} + PE + KE \text{ masuk karena konveksi}\} - \{\text{H} + PE + KE \text{ keluar karena konveksi}\} + Q - W \quad (3.4)$$

Persamaan yang akan digunakan dipilih berdasarkan variabel yang ingin diprediksi. Cara pemilihan persamaannya adalah:

- Jika variabel adalah *massa cairan total* dalam tangki atau *tekanan* dalam vessel berisi gas tertutup, maka yang dipilih adalah neraca massa.
- Jika variabel adalah *konsentrasi*, sebaiknya gunakan neraca massa komponen.
- Jika variabel adalah *temperatur*, neraca energi lebih baik.

Terkadang, suatu sistem menggunakan lebih dari satu jenis persamaan, dan bila data yang diperoleh dari persamaan dasar tidak mencukupi, maka digunakan persamaan konstitutif untuk model yang spesifik. Persamaan konstitutif adalah hubungan yang tidak digunakan secara universal, tetapi efektif untuk model tertentu. Contoh persamaan konstitutif antara lain :

Transfer panas :  $Q = hA(\Delta T)$

Laju reaksi kimia :  $r_A = k_0 e^{-E/RT} C_A$

Persamaan keadaan :  $PV = nRT$

Kesetimbangan fasa :  $y_i = K_i x_i$

Jumlah persamaan yang dibutuhkan dapat ditentukan dari besarnya *derajat kebebasan*, yang didefinisikan sebagai :

$$DOF = NV - NE \quad (3.6)$$

Dengan DOF adalah jumlah derajat kebebasan, NV adalah jumlah variabel terikat, NE adalah jumlah persamaan tak terikat.

**Tabel 3.2 Rangkuman analisa derajat kebebasan**

DOF = 0	Sistem <b>spesifik</b> dan dapat diselesaikan
DOF < 0	Sistem <b>terlalu spesifik</b> dan tidak dapat diselesaikan
DOF > 0	Sistem <b>kurang spesifik</b> dan jumlah solusi tak terbatas

### CONTOH 3.1

Formulasi. Karena soal ini melibatkan konsentrasi, neraca massa total dan neraca massa komponen akan digunakan. Neraca massa total dengan increment  $\Delta t$  adalah:

$$\{\text{Akumulasi massa}\} = \{\text{massa masuk}\} - \{\text{massa keluar}\} \quad (3.7)$$

$$(\rho V)_{t+\Delta t} - (\rho V)_t = F_o \rho \Delta t - F_1 \rho \Delta t \quad (3.8)$$

$\rho$  adalah densitas, persamaan di atas dibagi dengan  $\Delta t$  dan limit  $\Delta t \rightarrow 0$  menjadi

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = V \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dV}{dt} = F_o \rho - F_1 \rho \quad (3.9)$$

Aliran masuk  $F_o$  adalah variabel eksternal, karena nilainya tidak tergantung pada perilaku sistem. Karena ada satu persamaan dan dua variabel ( $V$  dan  $F_1$ ), maka dibutuhkan persamaan konstitutif untuk aliran keluar :

$$F_1 = k_F \sqrt{L - L_w} \quad \text{untuk } L > L_w$$

k adalah konstanta,  $L = V/A$ , dan  $L_w$  adalah level overflow yang akan diabaikan karena tidak signifikan, dan asumsi aliran masuk sama dengan aliran keluar, maka

$$\frac{dV}{dt} = F_o - F_1 = 0 \quad \text{jadi } V \text{ konstan}$$

Langkah selanjutnya adalah memformulasikan neraca massa komponen A:

$$\{\text{akumulasi A}\} = \{\text{A masuk}\} - \{\text{A keluar}\} + \{\text{generasi A}\} \quad (3.12)$$

$$(MW_A V C_A)_{t+\Delta t} - (MW_A V C_A)_t = (MW_A F_{C_{A0}} - MW_A F_{C_A})V \quad (3.13)$$

$$MW_A V \frac{dC_A}{dt} = MW_A F (C_{A0} - C_A) \quad (3.14)$$

Neraca komponen pelarut juga perlu dimasukkan ke dalam model:

$$MW_s V \frac{dC_s}{dt} = MW_s F (C_{s0} - C_s) \quad (3.15)$$

Persamaan (3.9) adalah jumlah dari pers. (3.14) dan (3.15), maka hanya dua pers yang independen dan dapat digunakan untuk menentukan derajat kebebasan (DOF), yaitu pers (3.11) dan (3.14).

Variabel	$C_A$ dan $F_1$	
Variabel eksternal	$F_o$ dan $C_{A0}$	$DOF = NV - NE = 2 - 2 = 0$
Persamaan	(3.11) dan (3.14)	

Karena derajat kebebasan adalah 0, maka sistem spesifik dan dapat diselesaikan.

---

Model ini diformulasikan dengan asumsi parameter-parameter tidak berubah terhadap waktu, yang tidak sangat tepat tetapi dapat dianggap benar karena perubahan parameter sangat lambat dan kecil.

### Solusi Matematis

Menyelesaikan persamaan biasanya digunakan metode analitis, karena dapat digunakan untuk (1) menghitung nilai numerik, (2) menentukan hubungan fungsional dan variabel operasi dan perilaku sistem, dan (3) menunjukkan sensitivitas hasil terhadap perubahan data.

#### **CONTOH 3.1**

**Solusi.** Model pada persamaan (3.14) adalah linear, persamaan diferensial orde satu yang tidak dapat dipisahkan. Tetapi dapat dipisah dengan Faktor Integrasi (lihat Appendix B) :

$$\frac{dC_A}{dt} + \frac{1}{\tau} C_A = \frac{F}{V} C_{A0} \quad \text{dengan} \quad \frac{V}{F} = \frac{2.1m^3}{0.085m^3 / \text{min}} = 24.7 \text{ min} = \tau \equiv \text{konstanta waktu} \quad (3.16)$$

$$IF = \exp\left(\int \frac{1}{\tau} dt\right) = e^{t/\tau} \quad (3.17)$$
$$C_A = C_{A0} + Ie^{-t/\tau}$$

$$I = C_{Ainit} - C_{A0} \quad \text{jadi} \quad \begin{aligned} C_A &= C_{A0} + (C_{Ainit} - C_{A0})e^{-t/\tau} \\ (C_{Ainit} - C_{A0}) &= [(C_{A0} - C_{A0init})](1 - e^{-t/\tau}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$C_A - 0.925 = (C_{A0} - 0.925)(1 - e^{-t/24.7})$$

Dua aspek penting dapat ditentukan dari pers (3.18), yang pertama adalah “kecepatan” respon dinamik yang ditunjukkan dengan  $\tau$ , dan kedua adalah Steady-state gain, yang didefinisikan sebagai :

$$Kp = \frac{\Delta output}{\Delta input} = \frac{\Delta C_A}{\Delta C_{A0}} = 1.0$$

### **Analisa Hasil**

Tahap pertama adalah mengevaluasi apakah solusi sudah benar, hal ini dapat diverifikasi dengan melihat apakah solusi mematuhi kriteria pembatas yang dapat diturunkan dari solusi itu sendiri. Selanjutnya, engineer harus “menginterogasi” solusi matematis untuk memperoleh informasi yang dibutuhkan untuk mencapai tujuan pemodelan.

### **CONTOH 3.1**

**Analisa Hasil.** Solusi dari Pers. (3.18) adalah kurva berbentuk eksponensial seperti pada Gambar 3.3. Bentuk kurva monotonik, dengan perubahan laju maksimum terjadi ketika inlet step pertama masuk. Perubahan variabel dipengaruhi oleh konstanta waktu,  $\tau$ , yang dalam soal ini adalah volume dibagi dengan laju alir.

Pertanyaan spesifik muncul ketika menentukan waktu terjadinya sampai 90% dari perubahan konsentrasi outlet.

$$t = -\tau \ln \left( \frac{0.1[(C_{A_{init}} - C_{A0})]}{C_{A_{init}} - C_{A0}} \right) = -(24.7)(-23.30) = 56.8 \text{ menit}$$

Ingat bahwa ini adalah waktu pada awal terjadinya step, karena step terjadi pada  $t = 10$ , menjadi 66.8 seperti pada Gambar 3.3. Daerah jangkauan waktu ini dibatasi oleh parameter yang mempengaruhi konstanta waktu :

$$t \text{ maksimum} = - \frac{(2.1)(1.05)}{(0.085)(0.95)} (-2.30) = 62.8 \text{ menit}$$

$$t \text{ minimum} = - \frac{(2.1)(0.95)}{(0.085)(1.05)} (-2.30) = 51.4 \text{ menit}$$

**VALIDASI.** Validasi melibatkan penentuan apakah hasil dari tahap 1 sampai 5 benar-benar merepresentasikan proses fisik yang diinginkan untuk daerah kondisi yang spesifik. Pertanyaan yang harus dievaluasi adalah “Apakah model merepresentasikan data yang cukup sehingga model tersebut dapat diaplikasikan?” Hal ini harus dilakukan dengan pengaplikasian secara hati-hati model tersebut.

### CONTOH 3.1

**Validasi.** Mixing tank sudah dibuat, eksperimen sudah dilakukan, dan sampel material keluar dianalisa. Data diplot di Gambar 3.4 bersama dengan prediksinya. Dari evaluasi visual dan mempertimbangkan keakuratan data, kita dapat menerima bahwa model tersebut adalah “valid” untuk sebagian besar aplikasi teknik.

### 3.3 CONTOH-CONTOH PERMODELAN

Kebanyakan orang belajar permodelan tidak dengan mengamati hasil-hasil dari model lainnya. Untuk membantu pembaca menerapkan prosedur untuk berbagai masalah, bagian ini meliputi beberapa contoh soal dengan solusinya. Pada semua contoh, langkah 1 hingga 5 dilakukan tetapi tanpa adanya validasi.

#### Contoh 3.2. CSTR isothermal

Respons dinamik dari suatu CSTR akan ditentukan pada contoh ini, dan dibandingkan dengan tangki berpengaduk pada contoh 3.1.

**Tujuan.** Menentukan respons dinamik dari suatu CSTR pada suatu step dalam konsentrasi inlet. Konsentrasi reaktan tidak boleh dibawah  $0.85 \text{ mol/m}^3$ . Jika alarm berbunyi ketika konsentrasi mencapai  $0.83 \text{ mol/m}^3$ , apakah pekerja akan mempunyai cukup waktu untuk merespons?

Seperti apakah respons yang benar itu?

**Informasi.** Proses yang ada adalah sama dengan Figure 3.1, sehingga diketahui bahwa sistemnya adalah cairan didalam tangki. Variabel yang penting adalah konsentrasi reaktan dalam reaktor.

**Asumsi.** Menggunakan asumsi yang sama seperti untuk tangki berpengaduk.

**Data.** Aliran, volume, konsentrasi inlet (sebelum dan setelah step) adalah sama untuk tangki berpengaduk pada contoh 3.1.

1.  $F = 0.085 \text{ m}^3/\text{min}$ ;  $V = 2.1 \text{ m}^3$ ;  $(C_{A0})_{\text{init}} = 0.925 \text{ mol/m}^3$ ;  $\Delta C_{A0} = 0.925 \text{ mol/m}^3$
2. Reaksi kimia adalah orde pertama,  $r_A = -k C_A$  dengan  $k = 0.040 /\text{min}$

3. Panas reaksi dapat diabaikan, dan tidak ada perpindahan panas pada sekelilingnya

**Perumusan.** Berdasarkan model dari tangki berpengaduk, keseluruhan neraca massa akan menghasilkan  $F_0 = F_1 = F$ . Untuk menentukan konsentrasi dari reaktan, suatu neraca massa komponen dibutuhkan, dimana neraca massa komponen tersebut berbeda dari yang ada pada tangki pengaduk, karena terdapat suatu generasi (negatif) dari komponen A sebagai hasil dari reaksi kimia.

$$\{\text{akumulasi komponen. A}\} = \{\text{komp. A masuk}\} - \{\text{komp. A keluar}\} + \{\text{generasi dari A}\}$$

$$(MW_A V C_A)_{t+\Delta t} - (MW_A V C_A)_t = (MW_A F C_{A0} - MW_A F C_A - MW_A V k C_A) \Delta t$$

Sehingga bila dibagi dengan  $MW_A(\Delta t)$  dan mengambil limit  $\Delta t \rightarrow 0$ , akan dihasilkan :

$$\frac{dC_A}{dt} + \frac{1}{\tau} C_A = \frac{F}{V} C_{A0} \text{ dengan konstanta waktu } \tau = \frac{V}{F + Vk}$$

Analisis derajat kebebasan menghasilkan satu persamaan, satu variable ( $C_A$ ), dua variabel eksternal ( $F$  dan  $C_{A0}$ ), dan dua parameter ( $V$  dan  $k$ ). Karena jumlah dari variabel adalah sama dengan jumlah persamaan, derajat kebebasan adalah nol, dan model dapat terspesifikasi.

**Solusi.** Persamaan 3.21 merupakan suatu persamaan differensial biasa yang linear, yang dapat dipecahkan dengan aplikasi dari integrating factor (IF) :

$$IF = \exp\left(\int \frac{1}{\tau} dt\right) = e^{t/\tau}$$

$$\frac{d(C_A e^{t/\tau})}{dt} = \frac{F C_{A0}}{V} e^{t/\tau}$$

$$\int d(C_A e^{t/\tau}) = \frac{F C_{A0} \tau}{V} \int e^{t/\tau} + I$$

$$C_A e^{t/\tau} = \frac{F C_{A0} \tau}{V} e^{t/\tau} + I$$

$$C_A = \frac{F C_{A0} \tau}{V} + I e^{-t/\tau}$$

Data memberikan kondisi awal dari konsentrasi inlet 0.925 mol/m<sup>3</sup> pada saat step, t = 0. Konsentrasi reaktor pada keadaan steady saat inisial/awal dapat ditentukan dari data dan persamaan 3.21 dengan dC<sub>A</sub>/dt = 0.

$$\begin{aligned} (C_A)_{init} &= \frac{F}{F + V k} (C_{A0})_{init} \\ &= \frac{0.085}{0.085 + (2.1)(0.040)} 0.925 = 0.465 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

Konstanta dari integrasi dapat dituliskan dengan :

$$I = \frac{F [(C_{A0})_{init} - (C_{A0})]}{F + V k} = \frac{-F (\Delta C_{A0})}{F + V k}$$

Ini dapat disubstitusikan pada persamaan 3.22 untuk memberikan :

$$\begin{aligned} C_A &= \frac{F (C_{A0})}{F + V k} - \frac{F (\Delta C_{A0})}{F + V k} e^{-t/\tau} \\ &= (C_A)_{init} + \frac{F}{F + V k} [C_{A0} - (C_{A0})_{init}] (1 - e^{-t/\tau}) \end{aligned}$$

Ini dapat disusun kembali dengan K<sub>p</sub> = F/(F+Vk) untuk memberikan perubahan pada konsentrasi reaktor.

$$\begin{aligned} [C_A - (C_{A0})_{init}] &= K_p \Delta C_{A0} (1 - e^{-t/\tau}) \\ \Delta C_A &= (0.503)(0.925)(1 - e^{-t/\tau}) \end{aligned}$$

Sekali lagi, konstanta waktu menentukan kecepatan dari respon. Perlu diperhatikan bahwa pada contoh ini, konstanta waktu bergantung pada peralatan (V), operasi (F), dan reaksi kimia (k), dan dengan membandingkan persamaan 3.11 dan 3.21, konstanta

waktu untuk reaktor kimia selalu lebih sedikit dibandingkan dengan konstanta waktu untuk mixer/pengaduk, dengan menggunakan harga yang sama untuk F dan V. Harga numeris mereka adalah :

$$\tau = \frac{V}{F + V k} = \frac{2.1}{0.085 + 2.1(0.040)} = 12.4 \text{ min}$$

$$K_p = \frac{F}{F + V k} = \frac{0.085}{0.085 + 2.1(0.040)} = 0.503 \frac{\text{mol} / \text{m}^3}{\text{mol} / \text{m}^3}$$

Maka, gain pada keadaan steady dan konstanta waktu pada contoh ini bergantung pada disain peralatan dan kondisi operasi.

**Analisis hasil.** Pertama-tama, hasil dari persamaan 3.23 dikalkulasikan dan diplot. Seperti yang ditunjukkan pada 3.5a, konsentrasi reaktan meningkat sebagai fungsi eksponensial pada harga akhirnya (final value) tanpa adanya overshoot ataupun osilasi.

Dalam hal ini, konsentrasi melebihi batas maksimumnya sehingga suatu tindakan korektif akan dievaluasi. Konsentrasi mencapai batas alarm dalam 19.6 menit setelah adanya step (dalam gambar adalah 29.6 menit) dan melebihi batas maksimum setelah 22.5 menit. Perbedaan waktu antara alarm dan kondisi berbahaya adalah terlalu sedikit untuk pekerja untuk merespon dengan baik, karena adanya kejadian-kejadian penting lainnya yang dapat timbul secara simultan.

### **Contoh 3.3. Dua reaktor CSTR isothermal**

Suatu bahan yang sama dengan CSTR tunggal pada contoh 3.2, digunakan dalam 2 reaktor yang disusun seri seperti yang ditunjukkan pada figure 3.6. Setiap tangki adalah 1.5 kali dari volum tangki pada contoh 3.2.

**Tujuan.** Seperti yang sama pada contoh 3.2, dengan konsentrasi yang penting berada pada reaktor kedua. Tentukan waktu ketika konsentrasi ini melebihi  $0.85 \text{ mol/m}^3$ .

**Informasi.** Kedua sistem adalah berupa cairan dalam setiap tangki. Data yang ada adalah sama dengan contoh 3.2, kecuali  $V_1 = V_2 = 1.05 \text{ m}^3$ .

1.  $F = 0.085 \text{ m}^3/\text{min}$  ;  $(C_{A0})_{\text{init}} = 0.925 \text{ mol/m}^3$ ;  $\Delta C_{A0} = 0.92 \text{ mol/m}^3$
2. Reaksi kimia adalah orde pertama,  $\tau_A = k C_A$  dengan  $k = 0.040 /\text{min}$
3. Reaktor tetap tercampur dengan baik dan isothermal.

**Perumusan.** Menurut asumsi pada tangki yang overflow, volum pada kedua tangki dapat dianggap tetap, dan semua aliran konstan setara. Harga dari konsentrasi pada tangki kedua tergantung pada konsentrasi pada tangki pertama. Sehingga neraca komponen pada kedua tangki dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\text{Tangki pertama : } V_1 \frac{dC_{A1}}{dt} = F(C_{A0} - C_{A1}) - V_1 k C_{A1}$$

$$\text{Tangki kedua : } V_2 \frac{dC_{A2}}{dt} = F(C_{A0} - C_{A2}) - V_2 k C_{A2}$$

Hasilnya adalah dua persamaan differensial biasa yang linear, yang secara umum harus diselesaikan secara simultan. Perlu dicatat bahwa kedua persamaan dapat digabungkan dalam satu persamaan differensial orde dua, sehingga sistem merupakan sistem orde dua. Sebelum melanjutkan pada solusinya, akan dibahas kesalahan yang umum dalam merumuskan model pada contoh ini. Insinyur dapat memformulasikan suatu neraca materi komponen sebagai berikut :

Model yang salah (incorrect model)

Sistem : Berupa cairan di kedua tangki

$$\text{Neraca komponen : } \frac{dC_{A2}}{dt} = F(C_{A0} - C_{A2}) - V k C_{A2}$$

Pilihan pada sistem ini tidak benar, karena neraca pada komponen A ( $C_{A2}$ ) harus mempunyai konsentrasi konstan dari komponen A yang tidak terikat dari lokasi 'didalam sistem'. Kondisi ini dipenuhi oleh tangki kedua, tapi tidak oleh kedua tangki. Sehingga model yang benar mencakup dua neraca komponen , satu untuk setiap tangki.

**Solusi.** Pada persamaan 3.24 dan 3.25, neraca pada tangki pertama tidak melibatkan konsentrasi pada tangki kedua sehingga dapat diselesaikan tanpa terikat dengan

persamaan yang mewakili reaktor kedua. Solusi untuk neraca pertama adalah sama bentuknya dengan yang ada pada hasil contoh 3.2 persamaan 3.23. Pada solusi ini, subskrip 's' menunjukkan harga variabel sebelum step pada keadaan steady awal/initial, sedangkan tidak ada subskrip menunjukkan suatu variabel sebelum step; juga  $\Delta C_{A0} = C_{A0} - C_{A0s}$ . Sehingga model untuk  $C_{A2}$  setelah adanya substitusi pada persamaan 3.23 adalah :

$$\tau \frac{dC_{A2}}{dt} + C_{A2} = K C_{A1} = K \left[ K C_{A0s} + K \Delta C_{A0} \left( 1 - e^{-t/\tau} \right) \right]$$

Karena kedua reaktor adalah identik (dan linear), gain pada keadaan steady dan konstanta waktu untuk kedua reaktor adalah sama, yaitu :

$$K = F_1/(F_1+V_1k) = F_2/(F_2+V_2k) = 0.669 \quad (\text{outlet mol/m}^3)/(\text{inlet mol/m}^3)$$

$$\tau = V_1/(F_1+V_1k) = V_2/(F_2+V_2k) = 8.250 \quad \text{min}$$

Persamaan 3.26 dapat dipecahkan dengan mengaplikasikan metode IF (integrating factor), dan menghasilkan :

$$C_{A2} = K^2 \left( C_{A0s} + \Delta C_{A0} - \frac{\Delta C_{A0}}{\tau} t e^{-t/\tau} \right) + I e^{-t/\tau}$$

Pers 3.26 dapat diselesaikan dengan menerapkan  $\frac{dC_{A2}}{dt} = 0$  untuk menghasilkan:

$$C_{A2} = K^2 (C_{A0s}) \text{ pada } t = 0.$$

Maka dengan substitusi, persamaan diatas pada persamaan 3.29, akan memberikan :

$$C_{A2} = 0.414 + 0.414(1 - e^{-t/8.25}) - 0.050t e^{-t/8.25}$$

**Analisa Hasil.** Bentuk dari transien konsentrasi pada reaktor kedua pada Figure 3.7 adalah sangat berbeda dari transien untuk rektor lainnya pada Figure 3.3. Respons pada orde kedua untuk contoh ini memiliki sigmoidal berbentuk 'S', dengan turunan yang melalui maksimum pada suatu titik infleksi dan berkurang hingga nol pada keadaan steady yang baru. Total konversi dari reaktan juga berbeda dari contoh 3.2,

meskipun volum total reaktor adalah sama pada kedua kasus. Konversi yang meningkat pada kedua sistem reaktor disebabkan oleh konsentrasi yang semakin tinggi dari reaktan pada reaktor pertama. Sistem ini memiliki 'momentum', yang membuat lebih sulit untuk mempengaruhi keluaran dari reaktor kedua secara cepat.

### **Contoh 3.4. Pemanasan ruangan on/off**

Suatu sistem pemanasan di suatu pemukiman yang dibahas pada bagian 1.2. Temperatur yang dikontrol oleh suatu sistem feedback, dan argumen semi-kuantitatif, akan membawa kepada suatu kesimpulan bahwa temperatur akan berosilasi. Pada bagian ini, suatu model yang sederhana dari suatu sistem akan diformulasikan dan dipecahkan.

**Tujuan.** Untuk menentukan respons dinamik dari suatu temperatur ruangan. Juga untuk memastikan bahwa furnace tidak akan terlalu sering beralih dari on ke off lebih sering dari satu kali per 3 menit.

**Informasi.** Sistem yang diambil merupakan udara disekitar pemukiman. Sketsa dari sistem diberikan pada Figure 1.2. Variabel pentingnya adalah temperatur ruangan dan status on/off furnace.

#### **Asumsi.**

1. Udara di ruangan tercampur dengan sempurna (well mixed).
2. Tidak ada transfer materi dari atau menuju terdapatnya pemukiman tersebut.
3. Tidak ada perpindahan panas dari lantai ataupun dinding.
4. Efek dari energi kinetik dan potensial diabaikan
5. Panas yang dipindahkan bergantung hanya pada perbedaan temperatur antara ruangan dan lingkungan luar

#### **Data.**

1. Kapasitas panas udara,  $C_v = 0.17 \text{ cal}/(\text{g } ^\circ\text{C})$ , densitas =  $1190 \text{ g}/\text{m}^3$
2. Keseluruhan koefisien transfer panas,  $UA = 45 \times 10^3 \text{ cal}/(^{\circ}\text{C h})$
3. Ukuran pemukiman adalah  $5 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$
4. Kapasitas panas furnace,  $Q_h = 0(\text{off})$ , atau  $Q_h = 1.5 \times 10^6 \text{ cal/h}(\text{on})$

5. Pemanasan furnace akan beralih secara cepat pada harga suhu 17 °C (on) dan 23 °C (off).
6. Temperatur ruangan pada keadaan awal adalah 20 °C, dan status furnace awal adalah off
7. Temperatur luar,  $T_a$ , adalah 10 °C

Formulasi. Sistem didefinisikan sebagai udara disekitar rumah. Untuk menentukan temperaturnya, suatu neraca energi harus diformulasikan, dan karena tidak ada material yang dipindahkan, maka tidak diperlukan adanya neraca materi. Aplikasi dari neraca energi pada persamaan 3.5 untuk sistem ini akan memberikan :

$$\frac{dU}{dt} = (0) - (0) + Q - W_s$$

Kerja poros adalah nol. Dari prinsip termodinamika dan perpindahan panas, penjelasan berikut ini dapat digunakan untuk suatu sistem dengan akumulasi energi kinetik dan potensial yang dapat diabaikan :

$$\frac{dU}{dt} = \rho V C_v \frac{dT}{dt} \quad Q = -UA(T - T_a) + Q_h$$

dengan harga  $Q_h$  adalah :

0	ketika $T > 23$ °C
$1.5 \times 10^6$	ketika $T > 17$ °C
tetap	ketika $17 < T < 23$ °C

untuk menghasilkan :  $\rho V C_v \frac{dT}{dt} = -UA(T - T_a) + Q_h$

Derajat kebebasan dari formulasi ini adalah nol, karena model hanya memiliki 2 persamaan, 2 variabel ( $T$  dan  $Q_h$ ), 4 parameter ( $UA$ ,  $C_v$ ,  $V$ , dan  $\rho$ ), dan satu variabel eksternal ( $T_a$ ). Sehingga, sistem terspesifikasi dengan jelas dengan persamaan 3.33 ketika status pemanasan telah didefinisikan oleh persamaan 3.32.

**Solusi.** Dengan mengatur kembali persamaan 3.33, maka akan diperoleh persamaan diferensial biasa yang linear sebagai berikut :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau}T = \frac{UA T_a + Q_h}{V\rho C_v} \quad \text{dengan : } \tau = \frac{V\rho C_v}{UA}$$

Persamaan 3.34 merupakan suatu persamaan diferensial linear harga dari transfer panas,  $Q_h$ , adalah konstan. Solusi untuk persamaan 3.34 adalah sebagai berikut :

$$T - T_{unit} = (T_{final} - T_{init})(1 - e^{-t/\tau})$$

dengan:

- t = waktu dari step dalam  $Q_h$
- $\tau$  = konstanta waktu = 0.34h
- $T_{final}$  = harga akhir dari T sebagai  $t \rightarrow \infty = T_a + Q_h / UA$   
 = 10 °C ketika  $Q_h = 0$   
 = 43.3 °C ketika  $Q_h = 1.5 \times 10^6$
- $T_{init}$  = harga dari T ketika suatu step dalam  $Q_h$  timbul

**Analisis Hasil.** Pertama-tama, hasil numeris ditentukan dan diplot pada Figure 3.8. DARI kondisi inisial dengan kondisi furnace off, temperatur berkurang sesuai dengan persamaan 3.35 hingga harga peralihan (witch value) 17 °C tercapai. Kemudian ketika pemanasan furnace mulai secara cepat ( $Q_h$  berubah dari 0 menjadi  $1.5 \times 10^6$ ), dan karena sistem merupakan sistem orde satu dengan tanpa 'momentum', temperatur akan mulai meningkat secara cepat. Prosedur ini diulangi hingga temperatur ruangan mengikuti trayek periodik yang berada di antara 17 – 23 °C.

Solusi analitis akan menunjukkan bagaimana cara untuk merubah perilaku sistem. Konstanta waktu yang ada adalah proporsional dengan koefisien transfer panas, tetapi konstanta waktu tidak bergantung pada pemanasan dari furnace, yang merupakan fungsi gaya (forcing function) dari sistem; sehingga akan meningkatkan kapasitas dari furnace tidaka akan mempengaruhi konstanta waktu, meskipun pada akhirnya akan mempengaruhi waktu diantara peralihan (time between switches).

Contoh ini merupakan analisis kuantitatif pertama dari sistem kontrol feedback secara kontinyu. Untuk sebagian besar proses industri, osilasi yang diasosiasikan dengan

kontrol on/off tidak dapat diterima, dan pendekatan kontrol feedback yang lebih kompleks akan dibutuhkan untuk mencapai kinerja yang dinamis.

### 3.4 LINEARISASI

Persamaan konservasi dan konstitutif adalah nonlinear untuk semua sistem, dan metode-metode umum untuk mengembangkan pemecahan masalah secara analitis untuk model nonlinear tidak tersedia. Metode yang terdapat untuk menghasilkan aproksimasi solusi yang dilinearkan (linearized solution) pada suatu sistem yang nonlinear, juga pengalaman selama ini telah membuktikan bahwa metode analisis sistem kontrol terbukti memiliki hasil yang sangat berguna untuk banyak proses secara nyata. Sehingga pada bagian ini, akan dibahas mengenai metode yang penting untuk mengembangkan aproksimasi model linear.

Pertama-tama, konsep dari linearitas perlu didefinisikan terlebih dahulu. Ini akan dilakukan dengan menggunakan konsep dari operator, yang mentransformasikan suatu variabel input (masukan) pada suatu variabel output (keluaran).

Suatu operator  $f$  adalah linear jika memenuhi sifat-sifat aditivitas dan proporsionalitas, yang tercakup dalam superposisi berikut ini, dimana  $x_i$  adalah suatu variabel, dan  $a$  dan  $b$  adalah konstanta, sehingga kita dapat melakukan suatu uji coba pada suatu model untuk menentukan linear atau tidaknya model tersebut.

$$f(ax_1+bx_2) = af(x_1) + bf(x_2)$$

Selanjutnya, tingkah laku dinamik dari proses sebaiknya dipertimbangkan, seperti stirred-tank heat exchanger yang ditunjukkan pada Figure 3.9, dimana subjek berubah dari temperatur umpan dan laju alir fluida pendingin. Untuk suatu sistem linear, hasil dari kedua perubahan tersebut merupakan jumlah hasil masing-masing perubahan. Figure 3.10 menunjukkan respons untuk perubahan step pada temperatur umpan (pada  $t = 5$ ) dan laju alir medium pendingin (pada  $t = 20$ ). Respons pada Figure 3.10a dan 3.10b menggambarkan efek dari masing-masing gangguan (disturbance); dan respons pada Figure 3.10c merupakan efek totalnya, dimana untuk proses linear ini merupakan jumlah dari kedua efek masing-masing tersebut. Konsep ini, sebagai suatu aproksimasi untuk proses nonlinear secara nyata, sering digunakan untuk menganalisa sistem kontrol dari proses.

Suatu model yang terlinearkan dapat dikembangkan dengan mengaproksimasi masing-masing pernyataan/persamaan nonlinear dengan pendekatan linearnya. Suatu

pernyataan nonlinear dapat diaproksimasi dengan menggunakan deret Taylor hingga orde ke- $n$  dari suatu titik, jika turunannya hingga orde ke- $n$  berada pada titik tersebut. Persamaan umum untuk fungsi dari satu dan dua variabel diberikan pada Table 3.3. Huruf  $R$  di Table 3.3 merupakan remainder (sisa) dan bergantung pada orde dari seri. Keakuratan dari linearisasi dapat diestimasi dengan membandingkan magnituda remainder  $R'$  pada pernyataan linear. Untuk aproksimasi linear suatu deret Taylor dalam satu variabel, dapat ditulis :

$$R' = \frac{1}{2} \frac{d^2 F}{dx^2} \Big|_{x=\xi} (x - x_s)^2 \quad \text{dengan } \xi \text{ berada diantara } x \text{ dan } x_s$$

Keakuratan dari linearisasi sampel digambarkan pada Figure 3.11. Dari gambar ini dan persamaan 3.37, dapat dilihat bahwa keakuratan dari aproksimasi linear adalah relatif lebih baik ketika (1) turunan orde kedua memiliki magnituda yang kecil (terdapat lengkungan/kurva kecil) dan (2) wilayah titik dasar (the region about the base point) kecil. Kesuksesan penerapan linearisasi pada suatu sistem kontrol proses secara tipikal dinilai dari kecilnya wilayah operasi dari proses ketika sedang dikendalikan/dikontrol. Perlu untuk diperhatikan bahwa keakuratan dari linearisasi secara umum akan bergantung pada titik operasi normal  $x_s$ . Beberapa contoh permodelan dari model yang terlinearisasi telah diberikan, dengan perbandingan hasil yang diperoleh antara linear dan nonlinear.

Variabel deviasi :  $x' = (x - x_s)^2$  dengan  $x_s =$  harga pada keadaan steady

### **Contoh 3.5. CSTR Isothermal**

Solusi untuk suatu tangki CSTR tunggal pada contoh 3.2 sekarang dinyatakan sebagai suatu reaksi kimia berorde dua.

**Tujuan.** Untuk menentukan respons transien dari konsentrasi tangki dalam merespons step pada konsentrasi inlet untuk model yang nonlinear dan terlinearkan.

**Informasi.** Peralatan proses dan aliran adalah sama seperti yang ditunjukkan pada Figure 3.1. Variabel yang penting adalah konsentrasi reaktan dalam reaktor.

**Asumsi.**

1.  $F = 0.085 \text{ m}^3/\text{min}$ ;  $V = 2.1 \text{ m}^3$ ;  $(C_{A0})_{\text{init}} = 0.925 \text{ mol/m}^3$ ;  $\Delta C_{A0} = 0.925 \text{ mol/m}^3$ ;  $(C_A)_{\text{init}} = 0.236 \text{ mol/m}^3$
2. Reaksi kimia adalah orde dua,  $r_A = -k C_A^2$  dengan  $k = 0.5 [(\text{mol/m}^3) \text{ min}]^{-1}$
3. Reaktor bekerja secara isothermal

**Perumusan.** Perumusan dari persamaan dan analisis derajat kebebasan adalah sama seperti pada contoh 3.2, kecuali pada pernyataan laju reaksi yang melibatkan konsentrasi reaktan.

$$V \frac{dC_A}{dt} = F(C_{A0} - C_A) - V k C_A^2$$

Utuk mengevaluasi lebih jelas lagi model untuk linearitas, harga untuk semua konstanta pada contoh ini, dapat disubstitusi dalam persamaan 3.40, yang menghasilkan:

$$(2.1) \frac{dC_A}{dt} = (0.085)(1.85 - C_A) - (2.1)(0.5)C_A^2$$

Satu-satunya pernyataan nonlinear pada persamaan diatas adalah pernyataan konsentrasi orde dua pada persamaan laju reaksi. Pernyataan ini dapat dilinearisasikan dengan menganggapnya sebagai suatu deret Taylor, dan menghasilkan hanya suatu pernyataan linear :

$$C_A^2 \approx C_{As}^2 + 2C_{As}(C_A - C_{As})$$

Kini aproksimasi akan disubstitusikan pada model proses :

$$V \frac{dC_A}{dt} = F(C_{A0} - C_A) - [V k C_{As}^2 + 2V k C_{As}(C_A - C_{As})]$$

Model ini dapat dinyatakan dalam variabel deviasi dengan menggunakan persamaan 3.42, ketika suatu variabel hampir sama/setara dengan harga pada keadaan steady :

$$0 = V \frac{dC_{As}}{dt} = F(C_{A0s} - C_{As}) - [V k C_{As}^2 + 2V k C_{As} (C_{As} - C_{As})]$$

Lalu persamaan diatas (persamaan 3.43) dapat dikurangi dengan persamaan 3.42 untuk memberikan persamaan dalam deviasi variabel; yang pada akhirnya akan menghasilkan suatu persamaan diferensial biasa yang linear dengan orde satu, yang dapat ditulis dalam bentuk standard sebagai berikut :

$$\frac{dC_A'}{dt} + \frac{1}{\tau} C_A' = \frac{F}{V} C_{A0}' \quad \text{dengan konstanta waktu } \tau = \frac{V}{F + 2V k C_{As}} = 3.62 \text{ min}$$

**Solusi.** Karena fungsi gaya input (input forcing function) merupakan step yang sederhana, solusi analitisnya dapat diturunkan dengan aplikasi langsung dari IF (integrating factor) sebagai berikut :

$$C_A' = C_{A0}' \left[ \frac{F}{F + 2V k C_{As}} \right] \left( 1 - e^{-t/\tau} \right) = \Delta C_{A0} K_p \left( 1 - e^{-t/\tau} \right)$$

$$\text{dengan } K_p = \frac{F}{F + 2V k C_{As}} = 0.146 \quad \text{dan} \quad \Delta C_{A0} = 0.925 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

Data ini dapat disubstitusikan dalam pernyataan berikut untuk menghasilkan :

$$C_A' = (0.925)(0.146) \left( 1 - e^{-t/3.62} \right)$$

**Analisis Hasil.** Solusi terlinearisasi dari persamaan 3.46 pada Figure 3.12 yang dibandingkan dengan persamaan diferensial nonlinearnya (persamaan 3.40). Dapat dilihat bahwa solusi linear deskripsi semikuantitatif yang baik dari suatu respons proses yang nyata.

Suatu keuntungan yang penting dari solusi terlinearisasi adalah pada hubungan analisisnya. Sebagai contoh, konstanta waktu dan gain dari tiga proses CSTR yang serupa (mixer, reaktor linear, model terlinearisasi dari suatu reaktor nonlinear) telah dirangkum pada Table 3.4. Hasil-hasil ini dapat digunakan untuk mempelajari bagaimana suatu desain peralatan dari proses, dan kondisioperasi proses yang

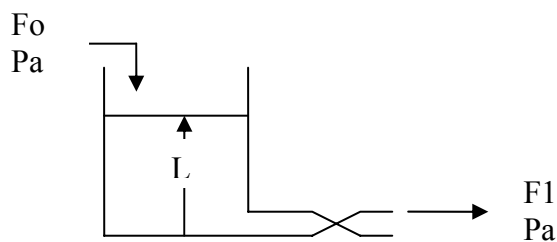
mempengaruhi respons dinamik. Maka jelaslah bahwa solusi analitis akan memiliki banyak informasi yang berguna dalam hubungan antara dan kondisi operasi, serta perilaku dinamisnya.

Summary of linear or nonlinear models for single stirred-tank system

Physical system	Is the system linear?	Time constant ( $\tau$ )	Steady
Example 3.1 (cstr)	<b>Yes</b>	$V/F$	1.0
Example 3.2 (cstr with order reaction)	Yes	$V/(F+Vk)$	$F/(F+Vk)$
Example 3.5 (cstr with second-order reaction)	No	$V/(F+2VkC_A)$ (linearized model)	$F/(F+2VkC_A)$ (linearized model)

### Contoh 3.6 Tank draining

Level dan flow melewati bukaan-parsial keluar dari sistem tank. Seperti terlihat pada gambar 3.13.



**Tujuan.** Menentukan model sistem. Evaluasi keakuratan dari solusi linearisasi untuk small ( $10 \text{ m}^3/\text{h}$ ) dan large ( $60 \text{ m}^3/\text{h}$ ) step change dalam inlet flow rate.

**Informasi.** Sistem liquid dalam tank, dan variabel yang penting adalah level dan flow out.

**Asumsi.**

1. Densitasnya konstan
2. Cross-sectional area,  $A$ , tidak berubah terhadap tinggi.

**Data.**

1. kondisi awal steady-state (i) flow =  $F_0 = F_1 = 100 \text{ m}^3/\text{h}$  dan  
(ii) level =  $L = 7.0 \text{ m}$
2. cross sectional area,  $A = 7 \text{ m}^3$

**Formulasi.** Level bergantung pada jumlah total liquid dalam tank, overall material

balance sistem : 
$$\rho A \frac{dL}{dt} = \rho F_o - \rho F_1$$

(3.47)

Karena ada dua variabel yang tidak diketahui maka diperlukan equation tambahan agar dapat mencari  $F_1$  tanpa tambahan variabel baru. Asumsi untuk subproblem ini adalah:

1. Sistem berada pada quasi-steady state, karena dimanik flow pipa akan lebih cepat dari level.
2. Total pressure drop is due to restriction.
3. Persamaan konvensional makroskopis flow, penggunaan relationships untuk friksi faktor dan restriction, dapat menghubungkan flow dengan pressure driving force.

Hubungan flow out dengan liquid level dalam tank:

$$F_1 = f(F_1)(P_a + \rho L - P_a)^{0.5} = k_{F_1} L^{0.5} \quad (3.48)$$

dengan  $P_a$  konstan. Setelah dikombinasikan, sistem dideskripsikan sebagai single first-order differential equation:

$$A \frac{dL}{dt} = F_o - k_{F_1} L^{0.5} \quad (3.49)$$

Seluruh nilai konstan, menjadi:

$$7 \frac{dL}{dt} = (100 + 10) - (0.37) L^{0.5}$$

Term nonlinear ( $L$ ) dilinearisasi menjadi:

$$L^{0.5} \approx L_s^{0.5} + 0.5 L_s^{-0.5} (L - L_s) \quad (3.50)$$

Linearisasi pada kondisi steady-state dan inputnya konstan step (misalnya  $F_o' = \Delta F_o$ )

menjadi: 
$$A \frac{dL'}{dt} = \Delta F_o - (0.5k_{F1}L_s^{-0.5})L' \quad (3.51)$$

**Solusi.** Persamaan linearisasi diferensial dapat diubah menjadi:

$$\frac{dL'}{dt} + \frac{1}{\tau}L' = \frac{1}{A}\Delta F_o \quad \text{dengan} \quad \tau = \frac{A}{0.5k_{F1}L_s^{-0.5}} \quad (3.52)$$

memberikan solusi:

$$L' = \frac{\tau \Delta F_o}{A} = I e^{-t/\tau} \quad (3.53)$$

$L' = 0$  pada  $t = 0$  sehingga  $I = -\tau \Delta F_o/A$ . Sehingga dihasilkan:

$$\begin{aligned} L' &= \frac{\tau \Delta F_o}{A} = (1 - e^{-t/\tau}) \\ &= \tau \Delta F_o Kp (1 - e^{-t/\tau}) \\ Kp &= \frac{\tau}{A} = \frac{1}{0.5k_{F1}L_s^{-0.5}} \end{aligned} \quad (3.54)$$

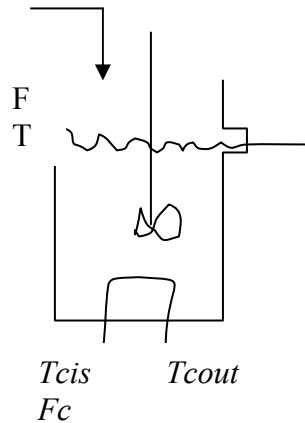
Contohnya:

$$\begin{aligned} k_{F1} &= \frac{F_{1s}}{L_s^{0.5}} = \frac{100 \text{ m}^3 / \text{h}}{\sqrt{7} \text{ m}^{0.5}} = 37.8 \frac{\text{m}^3 / \text{h}}{\text{m}^{0.5}} \\ \tau &= 0.98 \text{ h} \\ Kp &= 0.14 \frac{\text{m}}{\text{m}^3 / \text{h}} \\ L' &= 0.14 \Delta F_o (1 - e^{-t/0.98}) \end{aligned}$$

**Analisis hasil.** Hasil dari linearisasi model menunjukkan respon eksponensial terhadap perubahan step. Hasil yang didapatkan dari linearisasi model lebih akurat untuk step kecil dari pada step luas. Variasi level untuk input step luas juga kurang akurat. (Gambar 3.14b)

### Contoh 3.7 Stirred-tank heat exchanger

Contoh sederhana lainnya mengenai energi balance, seperti pada gambar dibawah.



**Tujuan.** Menentukan respon dinamik temperatur tank terhadap step change dalam coolant flow.

**Informasi.** Sistem liquid dalam tank.

#### Asumsi.

1. tank diinsulasi dengan baik, sehingga perpindah panas ke lingkungan diabaikan.
2. akumulasi energi dalam dinding tank dan oil diabaikan dibandingkan dengan akumulasi dalam liquid.
3. tank merupakan *well mixed*.
4. physical property nya konstan.
5. keadaan awal system steady-state.
- 6.

**Data.**  $F = 0.085 \text{ m}^3/\text{min}$ ;  $V = 2.1 \text{ m}^3$ ;  $T_s = 85.4^\circ\text{C}$ ;  $\rho = 10^6 \text{ g/m}^3$ ;  $C_p = 1 \text{ cal}/(\text{g}^\circ\text{C})$ ;  $T_o = 150^\circ\text{C}$ ;  $T_{cin} = 25^\circ\text{C}$ ;  $F_{cs} = 0.5 \text{ m}^3/\text{min}$ ;  $C_{pc} = 1 \text{ cal}/(\text{g}^\circ\text{C})$ ;  $\rho_c = 10^6 \text{ g/m}^3$ ;  $a = 1.41 \times 10^5 \text{ cal}/\text{min}^\circ\text{C}$ ;  $b = 0.50$ .

**Formulasi.** Overall material dan energi balance system diperlukan untuk menentukan flow dan temperature dari tank. Level diaproksimasi konstan  $F_o = F_1 = F_2$ . Akumulasi energi kinetik dan potensialnya nol,

$$\frac{dU}{dt} = \{H_o\} - \{H_1\} + Q - W_s \quad (3.55)$$

Energi internal dan entalpy, dengan menggunakan relasi termodinamika:

$$dU / dt = \rho V C_p dT / dt \approx \Delta V C_p dT / dt \quad (3.56)$$

$$H_i = \rho C_p F_i (T_i - T_{ref}) \quad (3.57)$$

Kapasitas panas pada volum konstan diaproksimasi sebagai kapasitas panas pada tekanan konstan, sehingga didapatkan:

$$\rho V C_p dT/dt = C_p F \{ (T_o - T_{ref}) - (T_1 - T_{ref}) \} + Q \quad (3.58)$$

Untuk menyelesaikan neraca ebergi tersebut diperlukan beberapa asumsi yaitu:

1. coil liquid berada pada quasi-steady state
2. properti fisik coolant konstan
3. driving force untuk heat transfer diaproksimasi sebagai rata-rata antara inlet dan outlet

energi balance untuk cooling coil menjadi:

$$T_{cout} = T_{cin} - \frac{Q}{\rho c C_p F_c}$$

heat transfer diekspresikan sebagai:

$$Q = -UA(\Delta T)_{lm} \approx -UA \left[ \frac{(T - T_{cin}) + (T - T_{cout})}{2} \right]$$

Koefisien inner film dihubungkan dengan flow , oleh bentuk empiris:

$$UA = a F_c^b$$

Sehingga heat transfernya menjadi:

$$Q = -\frac{aF_c^{b+1}}{Fc + \frac{aF_c^b}{2\rho c Cpc}}(T - T_{cin})$$

Model final untuk stirred-tank exchanger:

$$V\rho C_p \frac{dT}{dt} = C_p \rho F(T_o - T) - \frac{aF_c^{b+1}}{Fc + \frac{aF_c^b}{2\rho c Cpc}}(T - T_{cin})$$

Untuk mengevaluasi linearitas model, jika semua konstan disubsitusikan ke persamaan 3.63:

$$(2.1 \times 10^6) \frac{dT}{dt} = (0.85 \times 10^6)(150 - T) - \frac{1.41 \times 10^5 F_c^{0.5}}{Fc + (0.141)F_c^{0.5}}(T - 25)$$

**Solusi.** Hasil dari pendekatan ini adalah suatu persamaan diferensial linear orde satu, dapat diselesaikan dengan mengkalikan dengan faktor integrasi'

Untuk perubahan step dalam flow rate coolant pada  $t = 0$  dan  $T'(0) = 0$ , hasilnya:

Koefisien linearisasi dapat dihitung menjadi  $K_{Fc} = -5.97 \times 10^6$  ([cal/min]/[m<sup>3</sup>/min]),  $K_T = -9.09 \times 10^4$  ([cal/min]/°C). steady-state gain dan waktunya konstan, sehingga dapat ditentukan:

**Analisis hasil.** Solusi memberikan suatu relasi eksponensial antara waktu dan variabel interest. Respons linearisasi diplot pada Gambar 3.15 dengan solusi sampai model nonlinear. Untuk magnitude step change, menghasilkan linearisasi yang bagus dan estimasi dari respons sesungguhnya. Aproksimasi analitikal linearisasi menghasilkan relasi antara transient respons dan proses disain dan operasi.

### 3.5 SOLUSI NUMERIK DARI PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA

Solusi numerik diperlukan untuk nilai yang akurat dari linearisasi solusi persamaan nonlinear. Metode numerik tidak mencari solusi analitik, tetapi mengeset solusi yang sesungguhnya dari persamaan diferensial. Konsep umumnya, menggunakan nilai awal suatu variabel dan mengaproksimasi penurunan single step untuk menentukan variabel setelah step. Contohnya solusi dari PD:

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t) \quad \text{dengan} \quad y|_{t=t_1} = y_i \quad (3.71)$$

Dapat diaproksimasi dari  $t = 0$  sampai  $t = t_{i+1}$ , dengan  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ , dengan pendekatan deret linear Taylor, didapatkan:

$$y_{i+1} \approx y_i + \left[ \frac{dy}{dt} \right]_{t_i} (t_{i+1} - t_i) \quad (3.72)$$

$$y_{i+1} \approx y_i + f(y_i, t) \Delta t$$

Prosedur dalam persamaan 3.72 adalah metode integrasi numerik Euler. Prosedur ini dapat diulang untuk suatu angka waktu step untuk menghasilkan aproksimasi solusi sebagai interval waktu. Metode Runge-Kutta untuk orde empat:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t}{6} (m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4) \quad (3.73)$$

dengan

$$m_1 = f(y_i, t_i)$$

$$m_2 = f\left(y_i + \frac{\Delta t}{2} m_1, t_i + \Delta t / 2\right)$$

$$m_3 = f\left(y_i + \Delta t / 2 m_2, t_i + \Delta t / 2\right)$$

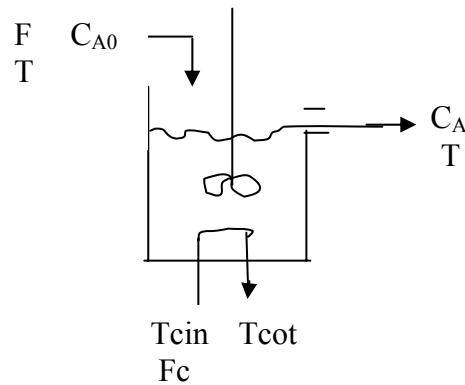
$$m_4 = f(y_i + \Delta t m_3, t_i + \Delta t)$$

Semua metode numerik mengenal suatu error di tiap step, karena hilangnya term orde tinggi dalam deret Taylor. Akumulasi error metode Euler sebanding dengan step size error Runge-Kutta pada persamaan 3.73, bergantung pada stepsize dari keempat komponennya. Dengan demikian metode Euler memerlukan step size yang lebih kecil untuk keakuratan yang sama pada Runge-Kutta.

Metode numerik menghasilkan penyelesaian yang kompleks dari persamaan diferensial biasa. Engineer dapat memformulasikan model untuk mencapai tujuan tanpa mementingkan solusi analitik.

### 3.6 REAKTOR KIMIA NONISOTERMAL

Reaktor kimia merupakan bagian dalam proses, karena mempengaruhi kualitas dan profit dari produk. Perilaku dinamik reaktor kimia bervariasi dari quite straightforward hingga highly complex, dan untuk mengevaluasinya, harus dibangun suatu model fundamental. Contohnya pada CSTR pada gambar 3.17, yaitu CSTR volum konstan dengan reaksi single orde satu, eksotermis dengan koil pendingin, sistemnya liquid.



**Gambar 3.17**

Karena konsentrasi berubah, komponen material balance diperlukan, dan karena panas ditransfer dan panas reaksinya signifikan maka diperlukan juga energi balance. Dengan demikian ada dua persamaan yang harus diselesaikan secara simultan untuk menentukan perilaku dinamik sistem.

Material balance komponen A:

$$\frac{dC_A}{dt} = F(C_{A0} - C_A) - V k_0 e^{-E/RT} C_A \quad (3.75)$$

Energy balance:

$$\frac{dT}{dt} = F \rho C_p (T_c - T) + \frac{a F_c^b}{F_c + a F_c^b / 2 \rho_c C_{pc}} (T - T_c) + (-\Delta H_{rxn}) V k_0 e^{-E/RT} C_A$$

(3.76)

Perilaku konsentrasi reaktan dan temperatur dalam cooling flow dapat ditentukan oleh penyelesaian persamaan (3.75) dan (3.76). Untuk kasus ini perilaku dinamikanya underdamped, menghasilkan osilasi, osilasi yang lebar terhadap waktu dapat mempengaruhi kualitas produk yang diinginkan

Tidak semua reaktor kimia berperilaku underdamped, lebih banyak straightfoward denagn overdamped dinamic. Engineer tidak dapat menentukan perilaku dinamik reaktor berdasarkan struktur fisik atau parameter spesifik diasin, tetapi harus membuat suatu model dan analsis untuk memprediksi perliaku dinamik.

### 3.7 KESIMPULAN

Prosedur pada tabel 3.1 menyediakan suatu “road map” untuk mengembangkan, menyelesaikan, dan menginterpretasikan model matematika berdasarkan prinsip fundamental.

Untuk memprediksi perilaku spesifik, model ini menyediakan suatu hubungan antara proses equipment dan kondisi operasi dan perilaku dinamik. Melalui suatu hasil analisis direkombinasikan dalam semua kasus sehingga sensitivitas solusi dari asumsi dan data dapat dievaluasi.

Konsep penting: “ *Modelling is goal-oriented task, so the proper model depend on its application*”

Penggunaan model dalam proses kontrol dikembangkan hubungan antara tiap variabel input (cause) terhadap variabel output (effect). Untuk mencapai tujuan ini dilakukan dengan: (1) pengembangan model fundamental, dan (2) penurunan model terlinearisasi untuk tiap respon dinamik input output.

Pendekatan ini ditunjukkan pada model untuk isothermal CSTR dengan penurunan kinetik orde satu pada Contoh 3.2.c

$$\tau \frac{dC'_A}{dt} + C'_A = K_F F' + K_{CAO} C'_{Ao}$$

(3.77)

Flow rate feed dapat diatur dengan valve, tetapi konsentrasi feed ditentukan dengan upstream equipment, hal ini yang menyebabkan variasi konsentarsi yang tidak teratur. Dengan demikian:

$$C_A = \text{key output variabel}$$

F = manipulated input variabel

C<sub>A0</sub> = disturbance input variabel

Persamaan 3.77 dapat dilinearisasi dan diekspresikan dalam deviasi variabel untuk mendapatkan model:

$$\tau \frac{dC'_A}{dt} + C'_A = K_F F' + K_{CAO} C'_{Ao}$$

(3.78)

dengan

$$\tau = V/(F+Vk)$$

$$K_F = (C_{A0} - C_A)/(F_s + V k)$$

$$K_{CA} = F/(F+ V k)$$

Model untuk tiap input dapat diturunkan dengan asumsi bahwa input lainnya konstan (deviasi nol) untuk mendapatkan dua model, satu untuk tiap input, dalam bentuk standar.

Pengaruh gangguan :

$$\tau \frac{dC'_A}{dt} + C'_A = K_{CAO} + C'_{Ao} \quad (3.79)$$

Pengaruh MV :

$$\tau \frac{dC'_A}{dt} + C'_A = K_F F' \quad (3.80)$$

Catatan bahwa model yang terpisah diperlukan untuk merepresentasikan dinamika antara dua input dan output, dengan demikian *single-component balance* dihasilkan dua input/output model. Pendekatan pemodelan ini menyediakan informasi penting tentang perilaku dinamik suatu proses dimana dapat ditentukan dari nilai steady-state gain dan time constant. Definisi dari key parameter dirangkum sbb:

Parameter	Symbol	Definisi	Unit
<b>Steady-state gain</b>	<i>K</i>	<i>Output/input</i>	$(\Delta output/\Delta input)_{ss}$
<b>Time constant</b>	$\tau$	<i>Multiplies derivative in standard model form</i>	<i>Time</i>

Nilai parameter-parameter ini dapat digunakan untuk mengestimasi magnitudo dari speed effect dari perubahan input dalam variabel output.

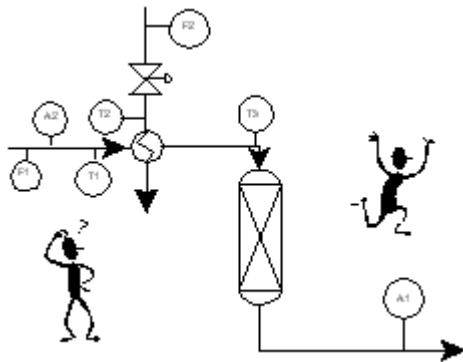
Prosedur modelling ini diperlukan oleh engineer untuk menghubungkan perilaku dinamik suatu proses terhadap ukuran peralatan, physical properties, rate proses dan kondisi operasi.

# WILMO

## BAB 2

### 📌 CHECK YOUR READING

2.1 Kapankah suatu proses control dapat digunakan untuk proses keamanan (safety), dimana suatu system bergantung pada personil dalam suatu plant untuk meresponnya ?



Jawab :

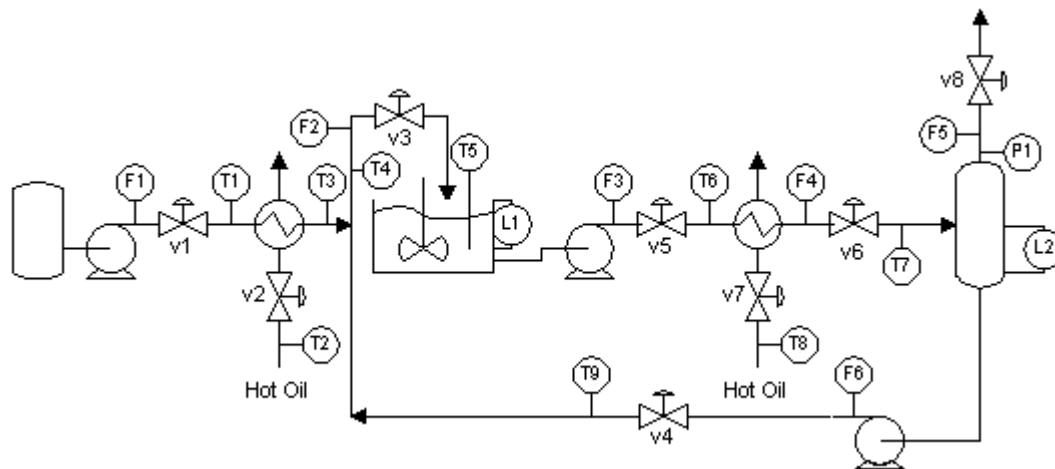
Tidak semua system keamanan dipantau secara manual. Contohnya *pressure safety valve* yang mampu bekerja secara otomatis tanpa adanya aksi atau kerja dari operator.

2.2 Suatu material proses yang terlepas (*terdegradasi*) harus secepatnya dikeluarkan dari sistem untuk menghindari adanya *overpressure* pada sistem tersebut. Apakah pernyataan di atas benar ?

Jawab :

**Tidak.** *Process Material* (material yang terbawa dan dihasilkan dalam proses, baik berupa produk utama atau prodeuk samping atau juga dapat pula sebagai pencemar) tidak seharusnya dilepaskan secara langsung ke lingkungan. Material tersebut dapat mengalami *treatment*, *recycle*, atau disimpan dalam suatu tangki penampungan atau mengalami pengolahan lebih lanjut hal ini untuk proses efisiensi dan masalah perlindungan terhadap lingkungan (safety).

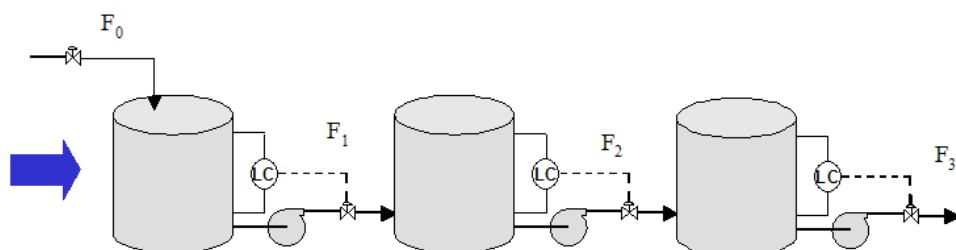
2.3 Peralatan dalam proses (process equipment) selalu didesign dengan konstruksi yang baik dan kuat dan tidak dapat mengalami kerusakan selama operasi. Apakah Pernyataan di atas benar ?



Jawab:

Tidak selalu benar. Walaupun semua peralatan dalam suatu pabrik kimia didesign dengan konstruksi dan material yang kuat, peralatan tersebut memiliki keterbatasan yang membatasi dan mempengaruhi kondisi proses. *Plant Operator* bertanggungjawab untuk memonitor dan menginspeksi limitasi keadaan peralatan untuk menghindari kerusakan total pada alat. Contohnya inspeksi pada valve, pipa, *vessel*, walaupun semua peralatan tersebut terbuat dari stainless steel akan tetapi peralatan tersebut memiliki keterbatasan terhadap tekanan tinggi. Jika tekanan yang diberlakukan pada alat tersebut terlalu tinggi maka kerusakanlah yang akan terjadi.

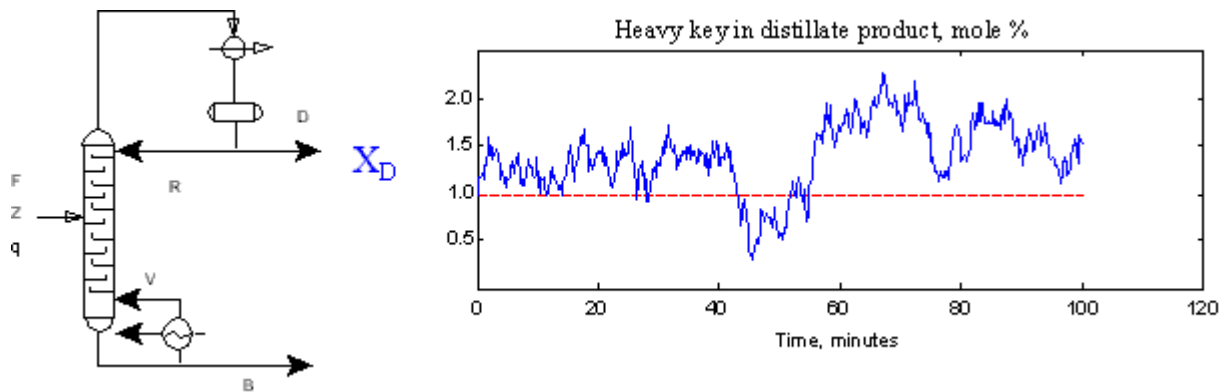
2.4 Bila unit pada plant, seperti kolom distilasi, reaktor dsb disusun secara seri, laju aliran yang lancar tanpa hambatan (*smoth flow*), memberikan kontribusi yang besar bagi proses operasi. Berikan komentar pada pernyataan di atas ?



Jawab :

Variasi yang kecil pada suatu proses adalah lebih baik dibandingkan dengan proses yang berfluktuasi. Secara umum, smooth operation memiliki tingkat keamanan yang baik, serta lebih efisien dan lebih menguntungkan. Jika suatu sistem disusun secara seri, disturbansi akan melewati suatu proses secara bertahap yang akan mempengaruhi masing – masing konerja unit proses, oleh karena itu *smooth flow rate* sangat berpengaruh terhadap *smooth operation*.

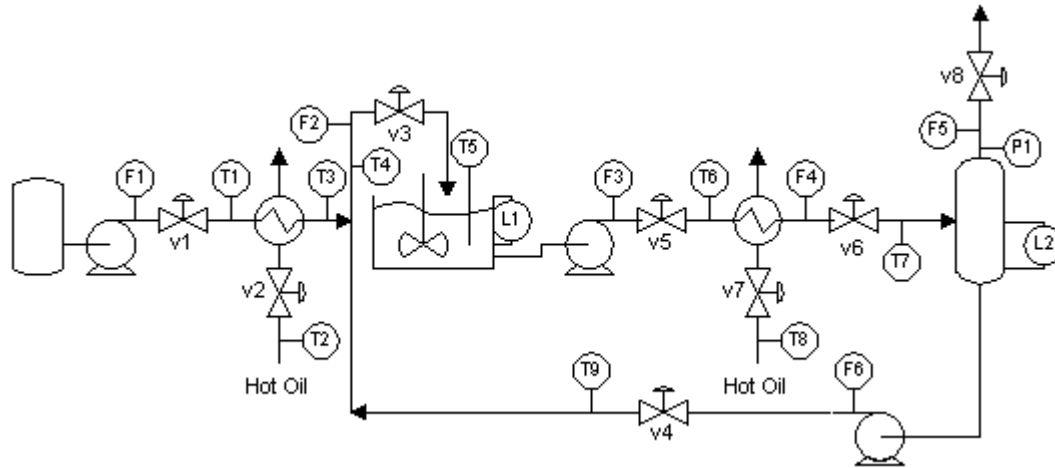
2.5 Variabilitas dalam suatu kualitas produk tidaklah pentingselama kualitas rata – rata dapat memuaskan para pelanggan. Berikan komentar terhadap pernyataan tersebut !



Jawab :

Pelanggan memiliki spesifikasi kualitas yang berbeda terhadap produk tertentu. Jika kita memproduksi aspal, komposisi dan spesifikasi produk tidaklah terlalu penting untuk dijaga serta diinspeksi secara teliti. Akan tetapi jika produk yang dihasilkan adalah produk farmasi, spesifikasi dan komposisi produk sangatlah diutamakan dan diawasi secara teliti. Jika tolak ukur dari suatu produk adalah variabilitas, maka distribusi produk akan lebih berharga dibandingkan dengan hasil rata – ratanya. Ada situasi tertentu yang membolehkan suatu produk memiliki harga rata – ratanya, akan tetapi produk yang memiliki deviasi ekstrim akan mempengaruhi spesifikasi produk yang diinginkan, hal tersebut sangatlah tidak diinginkan.

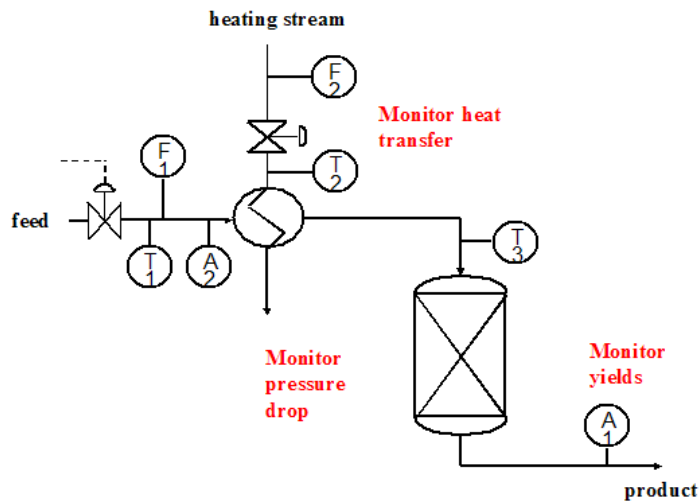
2.6 Setelah suatu plant didesign dan dibangun, proses pemilihan kondisi operasi memiliki pengaruh yang sedikit terhadap laba atau keuntungan. Berikan komentar terhadap pernyataan tersebut !



Jawab :

Pemilihan kondisi operasi sangatlah berpengaruh terhadap keuntungan yang dicapai. Jika keadaan lingkungan berubah (kondisi ekonomi, cuaca, feed stok dsb), maka perlu adanya modifikasi kondisi operasi untuk mencapai *maximum profit*. Contohnya, dalam suatu *refinery* yang memproduksi aspal. Secara umum produksi aspal akan ditingkatkan pada musim panas dengan meningkatnya *road work*. Selama musim dingin, produksi aspal akan dihentikan, dan produksi akan dialihkan untuk memproduksi minyak pemanas untuk kebutuhan pemanas ruangan. Perubahan tersebut mencerminkan permintaan pasar dan akan menghasilkan keuntungan yang lebih besar.

2.7 Calculated variable seperti Heat transfer coefficient dan selektifitas reaksi sangatlah bermanfaat untuk memonitor performa dari proses. Berikan komentar terhadap pernyataan tersebut !

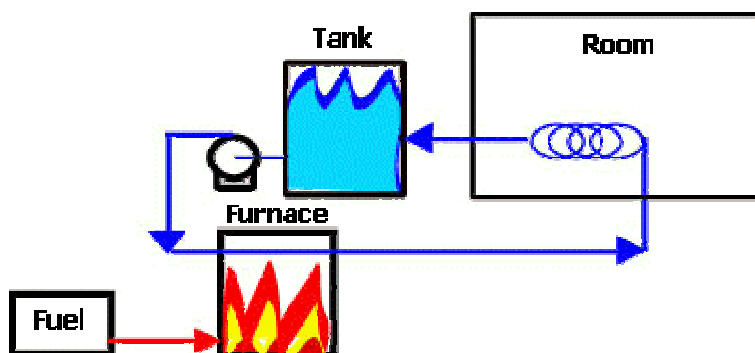


Jawab :

*Calculated variable* sangat bermanfaat untuk *long term process monitoring*. Data yang tercatat dalam periode tertentu secara gradual memberikan informasi terhadap performa dari proses yang mencakup perubahan yang terjadi di dalamnya. Sebagai contohnya adalah pengukuran selektifitas operasi dari reaktor berkatalis, sangatlah mungkin untuk memonitor selektifitas pada reaktor berkatalis seperti pada PBR dengan mengamati selektifitas dari system. Jika selektifitas dari proses menurun, maka seorang insinyur dapat mengambil tindakan dengan cara mengganti atau meregenerasi katalis yang terdapat dalam reaktor.

### @ STUDY QUESTION

2.8 Dari gambar di bawah, identifikasi objektif yang harus dikontrol dalam system pemanas ruangan tersebut !



## Jawaban 2.8

### **A. SAFETY.**

2.8.1 Dalam gambar tersebut terdapat beberapa unit yang perlu dimonitor untuk memastikan operasi berlangsung secara aman. Contohnya : Pada furnace diperlukan suatu *flame detector* yang akan mengontrol nyala pada furnace. *Flame detector* akan mati bila gas sebagai bahan bakar berada pada keadaan berlebih. *Water System* dikontrol dengan adanya *flow meter* untuk memastikan system pendinginan yang baik untuk menghindari pemanasan yang berlebih. Ruangan dalam hal ini perlu adanya detector untuk mendeteksi keberadaan asap dan gas CO<sub>2</sub> yang terbentuk akibat *malfunction* dari proses.

### **B. ENVIRONMENTAL PROTECTION**

2.8.2 Untuk melindungi lingkungan, furnace sebaiknya dioperasikan pada kondisi yang tepat untuk menghindari terbentuknya gas NO<sub>x</sub> (pada temperature nyala yang rendah). Selain itu pengurangan konsumsi bahan bakar juga perlu dilakukan untuk menghindari terbentuknya gas yang menimbulkan efek rumah kaca.

### **C. EQUIPMENT**

2.8.3 Untuk melindungi peralatan, diperlukan suatu system dimana pengukur laju alir fluida untuk memastikan aliran tidak terhambat. Jika aliran fluida berhenti maka proses pembakaran akan berhenti, hal tersebut akan menimbulkan *overheat* pada furnace. A flow meter to insure circulation of water.

### **D. SMOOTH OPERATION**

2.8.4 Tujuan dari system pemanasan adalah untuk menjaga level temperature ruangan yang diinginkan dengan range temperature yang mungkin. Rata – rata dari temperature yang terukur sebaiknya menunjukkan temperature rata – rata yang diinginkan dan *dead band* harus dijaga sekecil mungkin pada range temperature yang diinginkan (yang mudah dicapai).

### **E. PROFIT**

2.8.5 Untuk meningkatkan keuntungan / profit (meminimalisasi biaya untuk keperluan energi) maka konsumsi bahan bakar untuk mencapai set point yang

diinginkan juga perlu diminimalisasi sehingga cost yang dibutuhkan untuk pemenuhan energi dapat dikurangi dengan tidak mengabaikan efisiensi system yang dicapai.

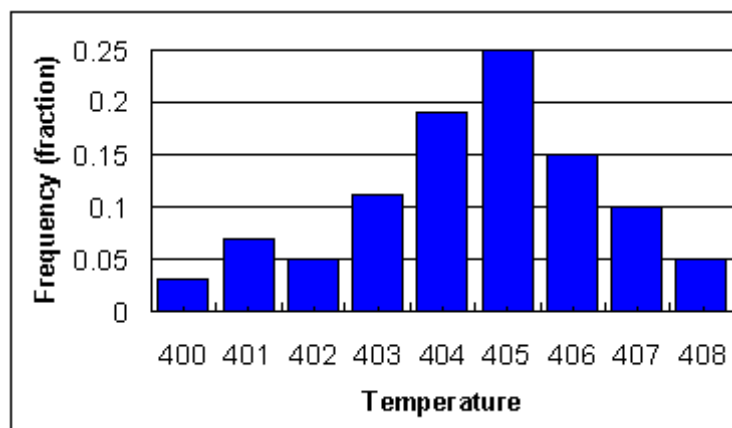
## F. PRODUCT QUALITY

2.8.6 Untuk mencapai suatu system yang menghasilkan produk atau output yang baik maka perlu dipasang suatu alat regulator udara berlebih, jika udara berlebih yang dipanaskan berada dalam jumlah yang terlalu besar maka akan mengurangi efisiensi, di lain sisi jumlah udara yang terlalu sedikit justru akan membahayakan.

## G. MONITORING

2.8.7 Untuk memonitor performa system, akan sangatlah membantu jika kita dapat membandingkan jumlah konsumsi bahan baker yang digunakan untuk peningkatan derajat pemanasan per hari. Dalam hal ini beberapa alat pengukur sangat dibutuhkan untuk mendapatkan data. Peningkatan konsumsi bahan bakar yang signifikan mengindikasikan berkurangnya efisiensi, dalam hal ini data tambahan sangat diperlukan untuk menganalisa sumber permasalahannya.

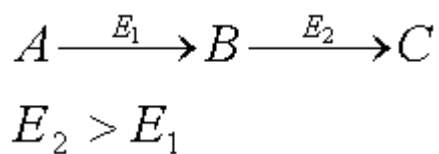
2.9 Dengan mengacu pada gambar histogram di bawah, seberapa dekat temperature rata – rata mendekati limit temperature maksimum pada 420K, dengan mengasumsikan variasi yang konstan atau tidak berubah !



Jawab :

Nilai rata – rata temperature yang tertera pada histogram adalah sekitar 405.5 K. Dari histogram tampak bahwa variasi system akan mencapai 3.5 di atas rata – rata harga 408. Oleh karena itu nilai terendah dimana harga rata – rata dapat dicapai pada nilai limit maksimum sebesar 420 K adalah sebesar 416.5K (3.5 K di bawah harga 420 K). Jika temperature limit maksimum merupakan titik maksimum yang tidak boleh dicapai, dengan alasan keamanan, maka dalam hal ini temperature rata – rata dari system proses , diharapkan tidaklah terlalu dekat dengan limit temperature maksimum.

2.10. Berikut persamaan stoikiometri dari reaksi pada CSTR, manakah dari temperature di bawah ini yang merupakan temperature operasi yang terbaik untuk memaksimalkan hasil produk B ?



Jawab :

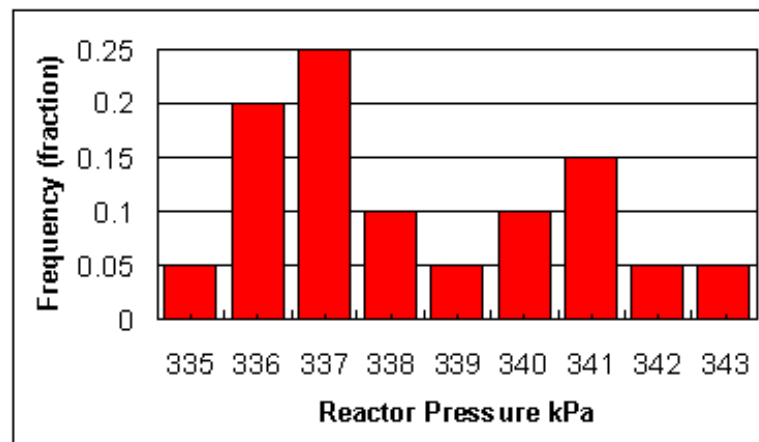
- Jika temperature operasi sangatlah tinggi, maka system akan memiliki energi yang cukup untuk memperoleh harga energi ektifasi yang optimum E2 (yang diinginkan). Akan tetapi proses tersebut akan meningkatkan laju konsumsi B untuk mendapatkan produk C, hal ini merupakan hal yang tidak diinginkan.
- Jika temperature operasi berkisar pada harga intermediet (sedang), maka akan dibentuk spesi B yang maksimum, yang merupakan produk yang diinginkan. Jika temperature yang diaplikasikan cukup tinggi maka, reaksi yang menghasilkan produk C akan berlangsung, dan konsentrasi B akan berkurang seiring dengan konsumsi B untuk membentuk produk C.
- Jika temperature operasi sangat rendah, maka system tidaklah cukup untuk mendapatkan pasokan energi untuk mengoptimalkan reaksi A menjadi B, karena energi aktivasi E1 yang cukup kecil dibandingkan dengan E2.

2.11 Jawab Pertanyaan berikut :

1) Jelaskan mengenai distribusi frekuensi (histogram).

Jawab :

- Histogram secara visual dapat merepresentasikan varians dari variable proses yang spesifik. Variabel yang terpilih umumnya berhubungan dengan tujuan yang ingin dicapai seperti safety, profit, konversi, efisiensi dll. Histogram juga merepresentasikan mengenai fraksi dari sejumlah poin data atau sejumlah waktu, dimana variable terpilih memiliki nilai yang spesifik.
- Dari diagram histogram di bawah tampak bahwa tekanan pada reactor berkisar antara 336.5 – 337.5 kPa pada 25 % dari waktu.



2) Jika didapat suatu data dari plant, tentukan langkah – langkah yang harus dilakukan untuk mempersiapkan data frekuensi atau histogram.

Jawab :

- Pembagian dari beberapa range data dalam beberapa kelas dengan interval tertentu.





- Data dari setiap kelas merepresentasikan data yang cukup berarti dalam kualitas produk, profit, safety, dan beberapa tujuan utama dari proses.
- Menentukan persentase dari keseluruhan data pada masing – masing kelas dan mentabulasi data tersebut.
- Memplot dari masing – masing fraksi dengan frekuensi tertentu dengan nilai variabelnya.

3) Berapa nilai terukur yang merupakan penjumlahan dari semua frekuensi pada semua interval ?

*Jawab :*

Nilai yang merupakan penjumlahan dari seluruh harga frekuensi untuk semua interval adalah 100% (1 jikadinyatakan dalam fraksi). Pada histogram, setiap bar (batang) merepresentasikan besaran waktu dimana sebuah variable memiliki nilai spesifik pada range tertentu. Ketika data diambil jumlah dari semua interval waktu haruslah 100% .

*2.12 Variasi terjadi pada setiap factor dalam hidup kita. Dari beberapa contoh di bawah tentukan variabilitas yang mungkin terjadi dan dapat diterima !*

Variable	Variability #1	Variability #2	Period of Variation	
Room Temperature	$21 \pm 2^{\circ}\text{C}$	$21 \pm 7^{\circ}\text{C}$	1 hour	
Velocity of an Automobile on the Highway	$103 \pm 5 \text{ km/h}$	$100 \pm 25 \text{ km/h}$	5 min	
Hot Water in a Shower	$50 \pm 12^{\circ}\text{C}$	$50 \pm 2^{\circ}\text{C}$	3 min	
Baking a Cake	$350 \pm 10^{\circ}\text{F}$	$350 \pm 15^{\circ}\text{F}$	10 min	

*Jawab :*

## 1) Room Temperature

### Variability #1

Jika temperature ruangan bervariasi dengan deviasi 2 °C selama waktu 1 jam, maka kemungkinan factor ketidaknyamanan merupakan masalah utama dalam kondisi tersebut. Deviasi  $\pm 2$  °C sangatlah logis dan dapat terjadi.

### Variability #2

Berbeda dengan variabilitas pertama, deviasi yang terjadi pada variabilitas ke 2 lebih signifikan. Pada kasus ini, temperature terendah yang dapat terjadi adalah pada suhu 14°C, dan memiliki harga maksimum pada 28 °C. Akan tetapi temperature tersebut *uncomfortable* dengan deviasi temperature yang tidak diinginkan.

## 2) Velocity of an automobile on the highway

### Variability #1

Variabilitas 5 km/jam dapatlah diterima dengan 2 alasan :

- Variabilitas kecepatan sebesar  $\pm 5$  km/jam sangatlah dekat nilainya dengan nilai galat yang diakibatkan oleh speedometer.
- Variabilitas sebesar  $\pm 5$  km/jam, juga mendekati kepekaan atau akurasi pembacaan kecepatan dengan peralatan pengukur kecepatan yang digunakan oleh polisi. Misalnya, laju kecepatan mobil mencapai harga 108 km/jam yang merupakan nilai di atas limit kecepatan maksimum di Kanada, akan tetapi deviasi positif dari harga kecepatan maksimum sebesar 8 km/jam sangatlah sulit dibedakan dengan kecepatan mobil sebesar 100 km/jam.

### Variability #2

Variabilitas ke - 2 sangatlah tidak dapat diterima. Jika kecepatan mobil kita memiliki perubahan laju atau akselerasi sebesar  $\pm 25$  km/jam dalam waktu 5 menit dari kecepatan 100 km/jam dalam frekuensi tertentu, maka dapat dikatakan kita berada dalam kondisi yang membahayakan. Mungkin hal yang lebih penting saat kita melaju pada kecepatan di atas limit variasi, 125 km/jam, kecepatan tersebut menunjukkan bahwa kita melaju di atas nilai limit kecepatan yang diperbolehkan di Kanada.

### 3) Hot Water in Shower

#### Variability #1

Sangatlah direkomendasikan untuk tidak mensetting temperature *hot water heater* pada rumah kalian di atas temperature 60 °C. Walaupun set poin yang kita capai tidak mempengaruhi orang dewasa, tetapi efek yang mungkin terjadi pada anak – anak sangat signifikan, terutama masalah sensitifitas kulit mereka terhadap suhu tinggi. Variabilitas tersebut tidak dapat diterima karena dapat menimbulkan luka bakar pada kulit anak – anak. Disamping masalah *safety*, magnitute sebesar  $\pm 12$  °C kemungkinan akan membuat orang merasa tidak nyaman. Jadi dapat dikatakan variabilitas ini tidak dapat diterima.

#### Variability #2

Variasi sebesar  $\pm 2$  °C akan menjaga suhu air panas pada limit yang memungkinkan, dan magnitute dari variasi tidaklah terlalu signifikan. Variasi ini sangatlah realistic dan dapat diterima.

### 4) Baking a Cake

#### Variability #1

Walaupun beberapa resep hanya dapat digunakan pada kondisi yang spesifik pada waktu memasak dan temperature saat memasak tertentu, *thermostats* yang digunakan sebagai *temperature controller* pada setiap oven, tidaklah dapat untuk menjaga secara ketat suhu keseluruhan bagian dari oven. Variasi sebesar  $\pm 10$  °C tidak akan mungkin merusak cita rasa dari kue tersebut.

#### Variability #2

Seperti halnya hal di atas, variasi sebesar 15 °C tidak mengindikasikan operasi yang abnormal pada oven. Sangatlah diragukan pada variasi tersebut akan membuat efek yang signifikan terhadap kue yang akan dihasilkan.

## **BAB 3**

### *CHECK YOUR READING*

3.1 Tentukan *Fundamental Material Balances* yang digunakan pada Chapter 3.

Constitutive Balance

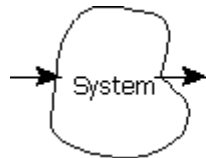
Overall Material Balance

Charge Balance

Component Balance

Energy Balance

Triple Beam Balance



$$\text{Accumulation} = \text{in} - \text{out} + \text{generation}$$

*Jawab :*

Material balances yang diaplikasikan pada Chapter 3 adalah :

- Persamaan *Constitutive* buakan merupakan *fundamental balances*. Persamaan tersebut akan valid pada limitasi range tertentu. *Fundamental Balances* lebih luas dan dapat digunakan untuk menggambarkan system secara fisis.
- Overall Material Balances*, merupakan *Fundamental Balances*. Persamaan neraca massa ini adalah salah satu persamaan neraca yang sangat penting di dunia Teknik Kimia, dan secara virtual dapat diaplikasikan pada semua proses kimia.
- Persamaan muatan merupakan *fundamental balances* , akantetapi neraca tersebut umumnya digunakan pada dunia Teknik Elektro, dan tidak digunakan pada Chapter 3.
- Persamaan Neracaa Komponen merupakan *fundamental balances*, dan digunakan pada chapter 3. Konsepnya sama dengan konsep *overall material balances* yang merupakan ukuran dari suatu materi, akan tetapi persamaan ini hanya mengevaluasi salah satu spesi atau zat kimia

*tertentu*. Persamaan ini sangatlah penting untuk menganalisa system multikomponen.

- e) Persamaan Neraca Energi juga digunakan pada Chapter 3. Hal ini didasari pada hokum termodinamika pertama tentang konservasi energi.
- f) *Triple Beam Balances* merupakan peralatan yang digunakan untuk menentukan massa dari suatu zat, dan tidak ada hubungannya dengan persamaan konservasi.

3.2 Manakah dari persamaan di bawah yang bukan merupakan persamaan konstitutif !

<a href="#">Heat Transfer</a>	$Q = hA(DT)$	<a href="#">Chemical Reaction Rate</a>	$r_a = k_0 e^{-E/RT} C_A$
<a href="#">Degrees of Freedom</a>	$DOF = NV - NE$	<a href="#">Phase Equilibrium</a>	$y_i = K_i x_i$
<a href="#">Equations of State</a>	$PV = nRT$	<a href="#">Fluid Flow</a>	$F = C_v(DP/r)^{1/2}$

*Jawab :*

- a) Persamaan Transfer panas merupakan persamaan konstitutif. Persamaan konstitutif akan bernilai valid untuk range tertentu dan dapat digunakan dalam pemodelan dinamis.
- b) Derajat kebebasan bukanlah persamaan konstitutif .
- c) Persamaan keadaan merupakan persamaan konstitutif dengan alasan yang sama dengan poin a.
- d) Laju reaksi kimia adalah persamaan konstitutif. Persamaan konstitutif akan bernilai valid untuk range tertentu dan dapat digunakan dalam pemodelan dinamis.
- e) Keseimbangan fasa merupakan persamaan konstitutif.
- f) Laju alir fluida juga merupakan persamaan konstitutif.

3.3 Tentukan pernyataan yang paling benar yang menunjukkan persamaan fundamental dan persamaan konstitutif.

<p>Fundamental models govern all physical systems under common assumptions valid for chemical processes.</p> <p>Constitutive equations are valid within the ranges of the underlying data and are often sufficiently accurate for the specific system being studied.</p>	<p>Fundamental models are universally applicable, and govern all physical systems.</p> <p>Constitutive equations are absolutely accurate for a specific problem.</p>
--	--

Pernyataan 1

Pernyataan 2

Jawab :

Pernyataan pertama adalah pernyataan yang paling benar Untuk pernyataan kedua dapat dijelaskan sbb :

- Ⓜ Model Fundamental tidak selalu benar, ada beberapa kondisi seperti pada kasus kondisi fisis (pada reaksi nuklir) dimana persamaan fundamental tidak dapat diaplikasikan. Selain itu persamaan konstitutif tidak selamanya akurat. Persamaan tersebut hanya merepresentasikan perilaku fisis dan memiliki derajat galat atau error.

3.4 Jika tujuan dari model adalah untuk menentukan konstanta waktu dan steady – state gain, manakah dari pernyataan di bawah yang merupakan hal penting sebagai sub – tujuan !

To perform the material balance

To linearize around a base point

$$(\tau) \frac{dT'}{dt} + T' = K T_{in}'$$

To apply the appropriate constitutive equations

**K = steady-state gain**

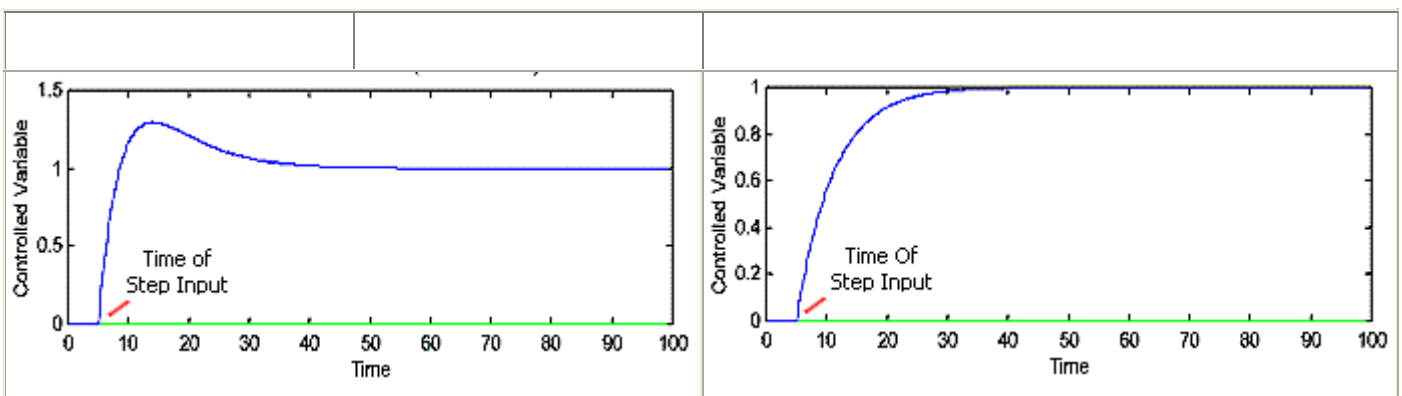
To perform a degrees of freedom analysis

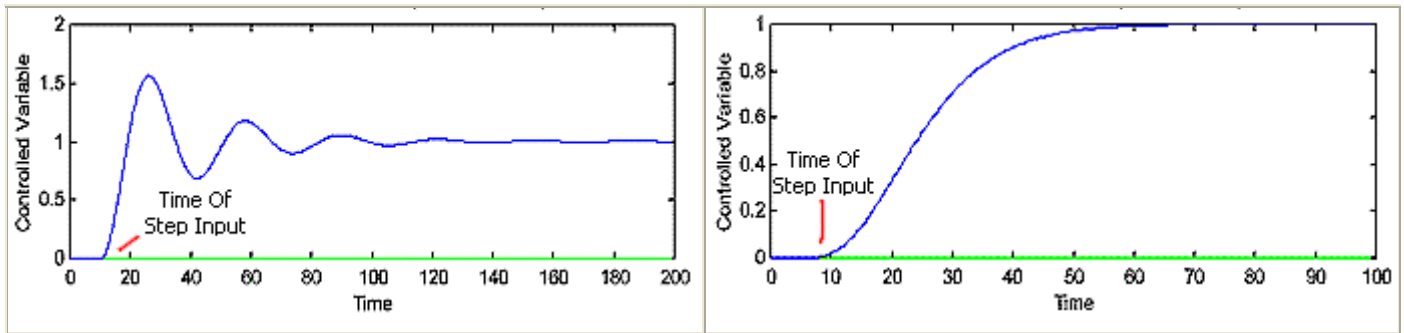
**$\tau$  = time constant**

Jawab :

- a) Formulasi persamaan neraca massa dibutuhkan untuk membuat suatu model matematis, akan tetapi prosedur ini tidak secara langsung menghasilkan harga gain dan konstanta waktu.
- b) Ketika suatu model matematika disusun, solusi dari persamaan tersebut sangat dibutuhkan untuk memperoleh harga Gain dan konstanta waktu. Walaupun beberapa penyelesaian matematis dapat menyelesaikan suatu persamaan differensial, pada poin tertentu dimana kompleksifitas sngatlah tinggi maka aproksimasi linear akan sangatlah membantu. Dengan linearisasi maka persamaan dapat diselesaikan dengan mudah untuk menentukan harga Gain dan konstanta waktu. Hal ini menunjukkan hasil analisis dari sifat suatu system.
- c) Aplikasi dari persamaan lonstitutif akan digunakan untuk memformulasikan model matematis dan tidak secara langsung menghasilkan harga Gain dan konstanta waktu.
- d) Evaluasi terhadap derajat kebebasan sangatlah penting untuk menentukan apakah suatu persamaan dapat diselesaikan atau tidak. Dengan hanya menganalisa derajat kebebasan kita tidak akan dapat menentukan harga gain dan konstanta waktu.

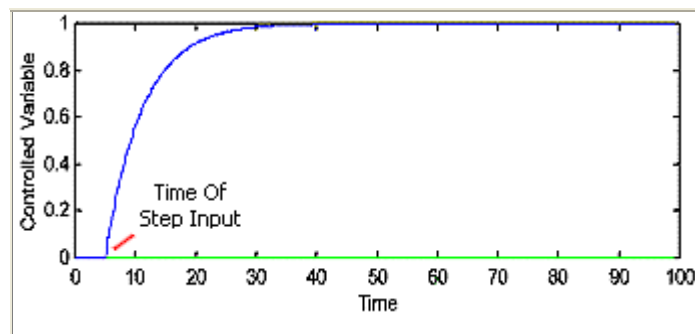
*3.4 Manakah dari profil respon pada output di bawah ini, yang merepresentasikan hasil dari single step input pada orde satu ?*





Jawab :

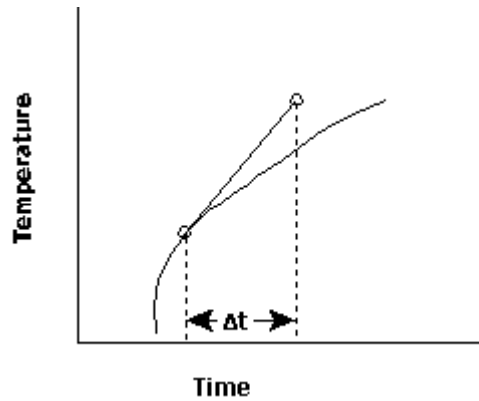
Yang merepresentasikan respon dari single step pada system dengan orde 1 adalah gambar no 2



Beberapa poin penting yang menjadi acuan adalah :

- Apakah kurva pada sistem orde 1 under – damped.
- Apa cirri – cirri dari respon orde satu.
- Berapa waktu yang dibutuhkan system orde satu untuk mencapai harga maksimumnya.
- Apakah respon dari system orde satu selalu monotonic.

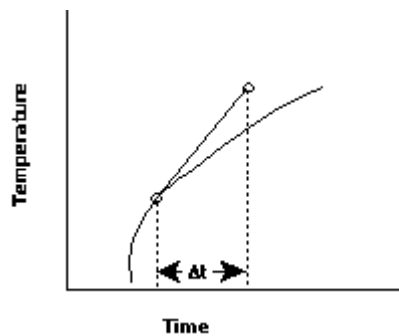
3.5 Solusi numereis dari suatu persamaan diferensial menghasilkan suatu harga yang eksak dari variable terikat terhadap harga tertentu dari variable input dan kondisi awal yang ditentukan. Apakah benar pernyataan tersebut.



Jawab :

Pernyataan di atas tidaklah benar. Solusi numeris tidak selalu sama dengan persamaan analitis akan tetapi merupakan suatu pendekatan. Aproksimasi akan dapat sangat akurat jika metode numeris didesign secara baik. Olusi numeris merepresentasikan suatu metode aproksimasi dari suatu solusi analitis. Pada kasus tertentu, aproksimasi dapat menghasilkan keakuratan yang tinggi.

3.6 Manakah persamaan yang benar dari persamaan integrasi euler untuk persamaan orde satu ?



<b>A</b>	$Y_k = Y_{k-1} + (dY/dt)_{k-1}Dt$
<b>B</b>	$Y_k = Y_{k-1} + (dY/dt)_{k-1}^2Dt$
<b>C</b>	$Y_k = Y_{k-1} + (dY/dt)_{k-1}(X_{in})_{k-1}Dt$
<b>D</b>	$Y_k = Y_{k-1} + K_p(1 - e^{-t/t})Dt$

Jawab :

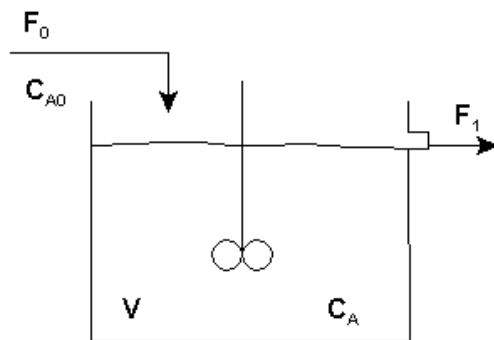
Persamaan pada poin A adalah benar hal tersebut dapat dievaluasi dari persamaan 3.72, yaitu :

$$y_{i+1} \approx y_i + \left[ \frac{dy}{dt} \right]_{t_i} (t_{i+1} - t_i)$$

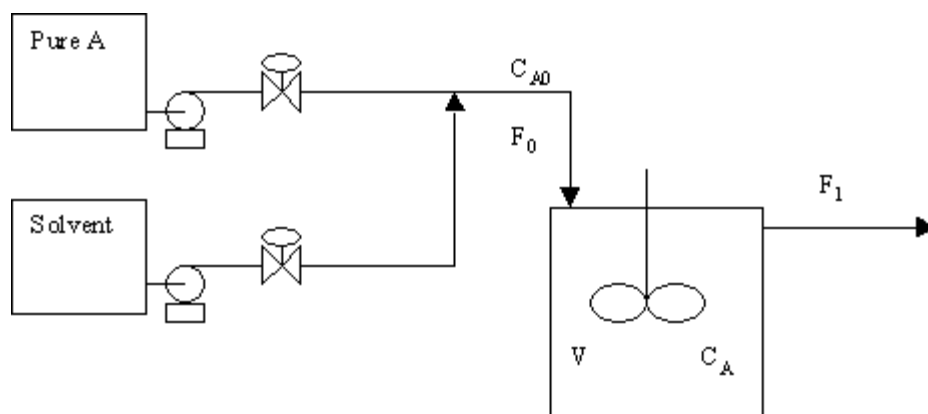
$$y_{i+1} \approx y_i + f(y_i, t) \Delta t$$

### STUDY QUESTION

3.7 Asumsikan suatu solvent dan komponen A ditempatkan pada tangki terpisah, sketsa perlatan tambahan yang dapat ditambahkan pada gambar di bawah untuk mendapatkan harga  $C_{a0}$  yang diinginkan.



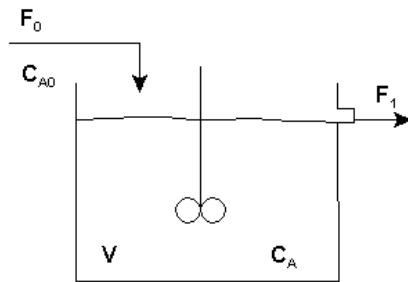
Jawab :



Terdapat beberapa struktur yang mungkin untuk mengontrol harga  $C_{a0}$  dari feed tank. Gambar di atas merupakan satu kemungkinan. Dalam diagram di atas, dua pompa dipasang untuk men-suplai *driving force* dari setiap fluida, dan sebuah valve yang

diletakkan pada *downstream* dari setiap pompa untuk menghasilkan suatu resistansi tertentu.

3.8 Respon dinamik pada suatu CSTR ditentukan pada contoh ini. Deskripsikan efek  $K_p$  dan  $\tau$  jika temperature ditingkatkan sehingga harga konstanta laju  $k$ , menjadi dua kalinya!



Jawab :

Persamaan yang mendeskripsikan ilustrasi di atas adalah sbb :

$$\left[ \frac{V}{F + Vk} \right] \frac{dC_A}{dt} + C_A = \left[ \frac{F}{F + Vk} \right] C_{A0}$$

where

$$\tau = \frac{V}{F + Vk}$$

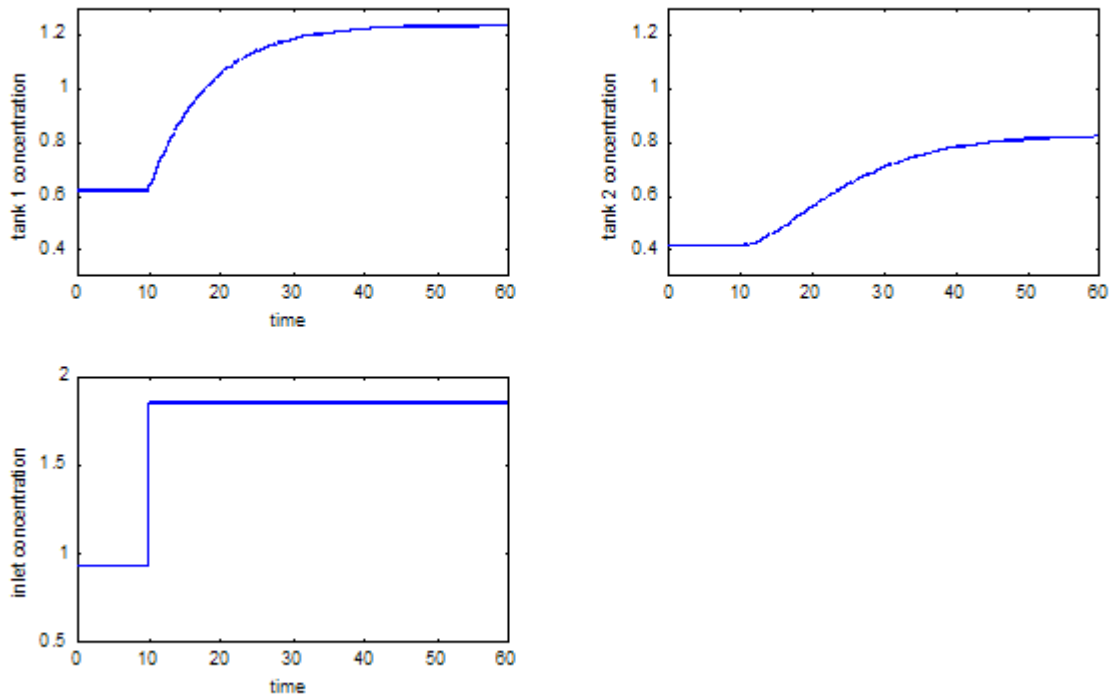
$$K_p = \frac{F}{F + Vk}$$

Untuk *rate constant* yang memiliki harga dua kalinya maka bagian penyebut dari persamaan konstanta waktu dan gain akan semakin besar, hal tersebut akan menurunkan harga  $\tau$  dan  $K_p$ .

3.10 Dari model persamaan untuk dua reactor seri, manakah variable yang memiliki respon yang cepat terhadap perubahan  $C_{A0}$ , jelaskan !

Jawab :

Pada kasus ini untuk menentukan respon yang paling cepat maka kita dapat mengevaluasi dari gambar di bawah :



Output dari keluaran rector pertama  $C_{A1}$  merupakan respon dari input yang merupakan *step input* orde satu, berbeda halnya dengan respon yang dihasilkan dari keluaran rector kedua yang merupakan hasil respon dari keluaran reactor pertama yang merupakan respon dari *step input*, sehingga profil respon  $C_{A2}$  lebih landai dari respon pertama  $C_{A1}$ . Sehingga dapat disimpulkan bahwa respon  $C_{A1}$  lebih cepat dibandingkan dengan respon  $C_{A2}$ .

3.11 Jika suatu performa system pemanasan residensial on – off, dimana suatu feedback control digunakan untuk memonitor dan mengontrol temperature, apa efek yang dihasilkan terhadap system dinamik jika :

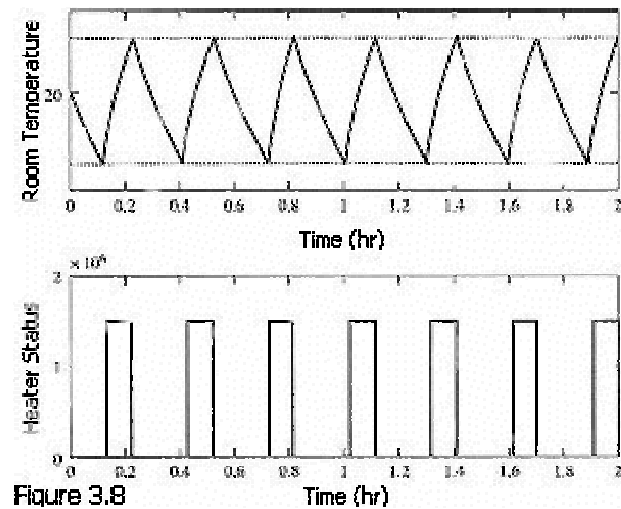


Figure 3.8

1. Perabot dari kayu ditempatkan berada dalam ruangan.

Jawab :

Jika system didefinisikan sebagai isi dari keseluruhan ruangan, penambahan *furniture* akan meningkatkan massa dari system. Penambahan tersebut akan mempengaruhi energi balances. Dimulai dengan persamaan 3.3.2 dimana jika hanya udara yang berada dalam ruangan :

$$\frac{dE}{dt} = \rho_{air} V_{air} C_{v_{air}} \frac{dT}{dt}$$

dimana densitas, volume dan kapasitas panas semua merupakan property dari udara. Maka kehadiran *furniture* akan menambah unit massa tertentu yang ditambahkan pada persamaan transfer panas .

$$\frac{dE}{dt} = [\rho_{air} V_{air} C_{v_{air}} + M_{furn} C_{v_{furn}}] \frac{dT}{dt}$$

Persamaan termodifikasi tersebut akan mempengaruhi harga pembilang *time konstan*, yang akan meningkatkan besar konstanta waktu tersebut. Meningkatnya harga konstanta waktu akan menurunkan laju respon terhadap perubahan temperatur. Slope dari kurva pemanasan akan berkurang. Hal tersebut mengindikasikan bahwa ruang untuk proses pemanasan akan meningkat.

2. *Jika ruangan diinsulasi.*

*Jawab :*

Jika ruangan diinsulasi, *koefisien overall heat transfer* akan terpengaruhi. Harganya akan mencapai di bawah  $45 \times 10^3 \text{ cal}/(^{\circ}\text{C hr})$ . Temperaur ruangan yang terinsulasi akan mudah meningkat dengan cepat dan akan mengalami pendinginan dengan cepat, keduanya menunjukkan adanya jumlah heat loss yang rendah pada bagian eksterior.

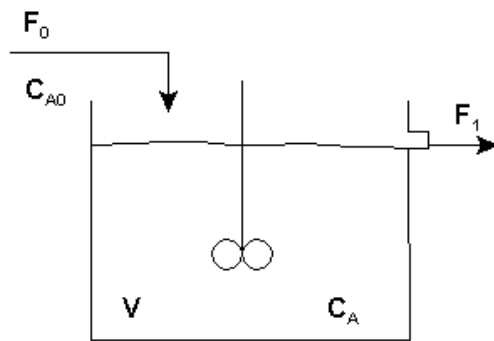
Dengan menggunakan persamaan time constant di bawah, tampak bahwa meningkatnya harga UA maka nilai konstanta waktu juga akan meningkat.

$$\tau = \frac{V\rho C_v}{UA}$$

Dengan harga  $\tau$  yang meningkat maka kurva pendinginan akan memiliki gradient yang rendah, kondisi ini yang kita inginkan.

Jika ruangan mengalami pemanasan, di saat furnace memanaskan ruangan, kita harus menentukan temperature akhir yang harus dicapai selama insulasi. Dikarenakan panas yang terbuang ke bagian eksterior sangatlah kecil, maka temperature ruangan akan lebih panas dibandingkan dengan kondisi tanpa insulasi. Jika harga UA dikurangi 50%, temperature akhir yang dicapai kemungkinannya adalah  $76.6^{\circ}\text{C}$  dari  $43.3^{\circ}\text{C}$ . Dalam hal ini kenaikan temperature akan lebih rendah dan berjalan dalam waku yang lebih lama dibandingkan jika ruangan tidak diinsulasi.

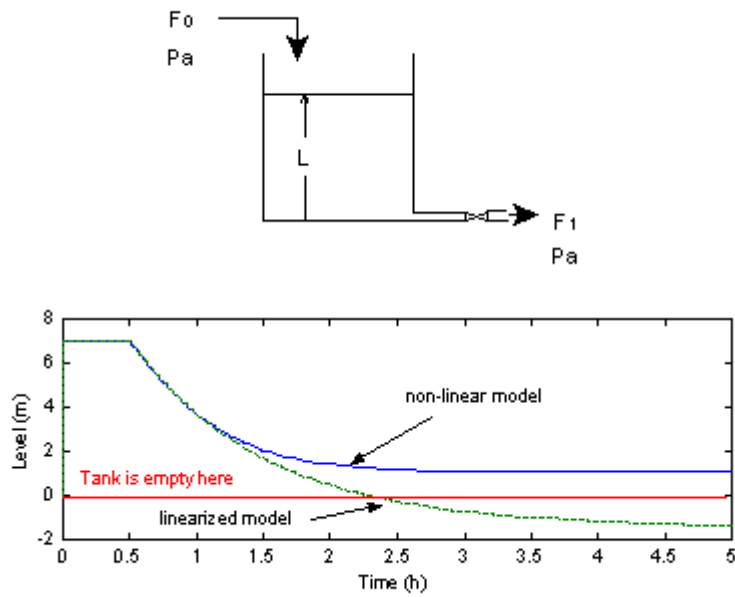
*3.12 Jika terdapat sebuah reactor CSTR isothermal dengan reaksi orde 2. Pada kondisi apakah proses scenario linearisasi dapat secara akurat diaplikasikan pada model !*



Jawab :

Pada kasus ini, reaksi kimia tergantung pada akar dari konsentrasi reaktan. Kita harus berhati – hati dalam menggunakan aplikasi model non– linear yang telah dilinearisasikan. Tujuan pokok dari hal tersebut adalah untuk menentukan seberapa jauh model yang dilinearisasikan masih cukup valid untuk sebuah model. Hal tersebut bergantung pada magnitute sebuah disturbansi. Akurasi dari model yang linier akan berkurang dengan makin meningkatnya disturbansi. Untuk mengestimasi seberapa jauh keakuratan kita dapat melihat beberapa parameter seperti harga Gain dan konstanta waktu yang bergantung pada alt dan kondisi operasi ( $V, k, C_A$ , dengan  $k$  bergantung pada temperature). Pengecekan harga aproksimasi yang cepat adalah dengan mengamati perubahan harga Gain, dan konstanta waktu terhadap perubahan kondisi operasi terhadap respon dinamik. Jika perubahan tersebut sangatlah kecil, maka aproksimasi model linear sangatlah baik.

*3.13 Pada gambar di bawah sekilas tampak terdapat suatu kesalahan (error). Bagaimana sebuah model linear mampu memprediksi level yang negative pada tangki*

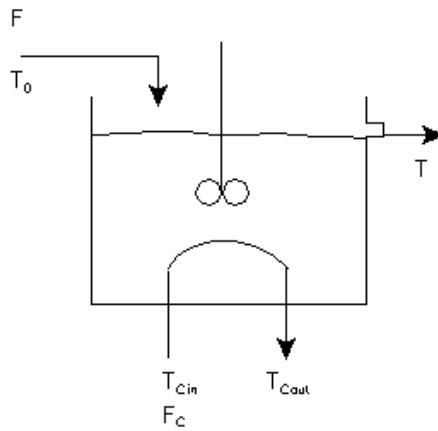


*Jawab :*

Gambar di atas mendeskripsikan sebuah model antara model yang dilinearisasikan dan sebuah solusi analitis terhadap level fluida sebagai fungsi waktu untuk sebuah *step input* yang besar. Dari gambar tampak kurva model yang dilinearisasikan menunjukkan terjadinya harga level yang negative setelah menempuh waktu 3 jam.

Model yang dilinearisasikan hanya memberikan nilai aproksimasi. Berdasarkan karakteristik ekspansi deret Taylor, di saat suatu nilai bergeser dari *base point* dimana ekspansi berpusat, maka aproksimasi akan berkurang keakuratannya. Pada titik tersebut, model yang dilinearisasikan tidak dapat digunakan untuk memprediksi perilaku dari proses. Model yang dilinearisasikan, memberikan aproksimasi yang baik hingga waktu mencapai 1.5 jam.

3.14 Pada stirred tank heat exchanger, bagaimana efek terhadap  $Kp$  &  $\tau$  jika :



1. Volume tangki dan laju alir meningkat sebanyak 50%,

**Jawab :**

Pertanyaan di atas melibatkan sebuah neraca energi yang terlibat dalam system. Persamaan berikut menjelaskan contoh tentang sebuah neraca energi, dimana sebuah panas dipindahkan,  $Q$  adalah fungsi dari laju alir dan temperature dari pendingin, persamaan yang mencakup persamaan Heat transfer adalah sebagai berikut :

$$\rho V C_p \frac{dT}{dt} = \rho C_p F [T_0 - T] + Q$$

$$Q = - \frac{a F_c^{b+1}}{F_c + \frac{a F_c^b}{2 \rho_c C_{pc}}} [T - T_{cin}]$$

Jika suatu persamaan neraca energi dilinearisasikan, maka persamaan tersebut menjadi kompleks dan dapat disimplifikasi menjadi sebuah persamaan sbb

$$VC_p \rho \frac{dT'}{dt} = F \rho C_p (-T') + K_T T' + K_{Fc} F_c'$$

Harga  $K_T$  dan  $K_{Fc}$  bergantung hanya terhadap laju alir dan temperature media pendingin dan tidak bergantung pada laju alir dan volume tangki

$$K_{Fc} \neq f(F, V)$$

$$K_T \neq f(F, V)$$

Dengan menurunkan persamaan tersebut akan diperoleh persamaan sbb :

$$K_p = \frac{K_{Fc}}{\left[ \frac{F}{V} - \frac{K_T}{V \rho C_p} \right] (V \rho C_p)}$$

$$\tau = \left[ \frac{F}{V} - \frac{K_T}{V \rho C_p} \right]^{-1}$$

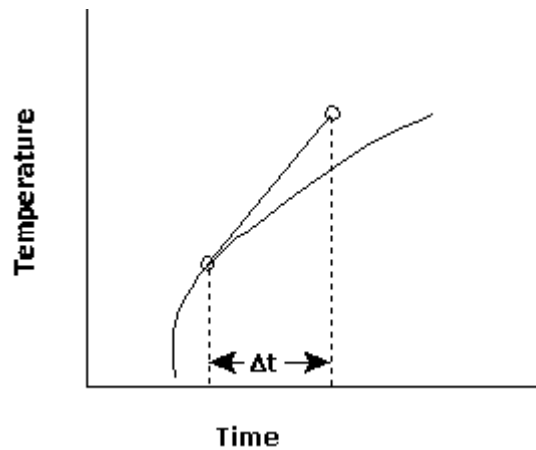
dari persamaan di atas dapat ditarik suatu kesimpulan bahwa efek dari perubahan volume tangki akan mengakibatkan :

- $\tau$  akan meningkat dengan makin besarnya volume. Hal tersebut sangatlah rasional untuk sebuah system yang cukup besar.
- Harga Gain tidak akan terpengaruh. Efek dari Volume pada bagian penyebut pada persamaan di atas saling meniadakan.

Jika Laju alir meningkat maka :

- Harga Gain akan berkurang dengan meningkatnya laju alir.
- Harga  $\tau$  juga akan berkurang dengan dengan meningkatnya laju alir (F).

3.15 Untuk mendapatkan solusi numeris yang akurat, apakah perlu untuk menggunakan harga  $\Delta t$  yang sangat kecil ? misalnya  $10^{-8}$  menit.



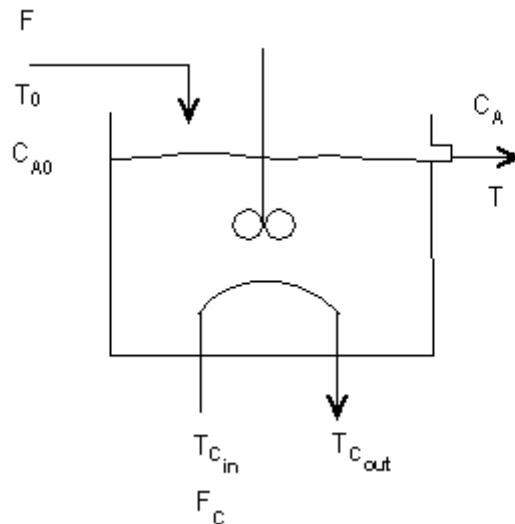
Jawab :

Untuk menentukan apakah suatu *step size* (increment) menghasilkan aproksimasi yang akurat, maka perlu diadakan uji coba kesalahan dengan memilih *step size* yang lain yang mendekati nilai yang pertama, lalu membandingkannya. Jika jawaban yang diperoleh sangat mendekati , maka harga *step size* yang didapat sudah tepat. Jika Jawaban yang didapat sangatlah berbeda, maka *nilai step size* harus disesuaikan.

Jika harga *step size*, cukup besarmaka dapat dikatakan aproksimasi tidaklah akurat. Dengan mengurangi *step size* (increment) , akan meningkatkan akurasi dai aproksimasi. Akan tetapi dengan mengurangi *step size* lebih lanjut akan meningkatkan error atau kesalahan yang akan mengurangi keakuratan dari apprksimasi, hal tersebut dikarenakan adanya peningkatan *magnitute truncations* yang akan memberikan efek terhadap nilai yang lebih rendah pada nilai increment yang rendah.

Untuk aproksimasi yang cepat, maka dipilih *time step* yang merupakan fraksi terkecil dari konstanta waktu dari proses. Increment sebesar  $\Delta t=10^{-8}$  sangatlah kecil, kecuali jika harga konstanta waktu yang didapat cukup kecil, pemilihan increment sebesar  $10^{-8}$  tidaklah mengapa. Harga *step size* atau increment sangat berhubungan dengan konstanta waktu pada model, dan hal tersebut dapat diperoleh dari trial error dengan menggunakan beberapa variasi *step size*.

3.16 Pada reactor CSTR eksotermis, pada saat temperature meningkat, maka laju reaksi akan meningkat pula. Dengan meningkatnya laju reaksi akan mempengaruhi peningkatan konversi energi dari potensial kimia menjadi energi sensible. Sebagai hasilnya, temperature akan meningkat secara berkesinambungan. Berikan alasan kecenderungan yang mungkin terjadi, mengapa temperature akan mencapai kondisi tunak atau steady !



Jawab :

Temperatur rector tidaklah secara kontinyu mengalami peningkatan dengan peningkatan yang tidak terkontrol, karena dengan seiring dengan peningkatan temperature maka tingkat konversi akan meningkat, hal tersebut akan mengurangi konsentrasi reaktan. Dengan mengacu pada persamaan di bawah :

$$r_A = k_0 e^{(-E/RT)} C_A$$

Dapat dikatakan bahwa konstanta laju reaksi merupakan fungsi dari temperature, dan laju reaksi merupakan fungsi dari konsentrasi reaktan A. Dengan meningkatnya temperature dan laju reaksi, konsentrasi spesi akan berkurang. Keadaan ini terapat dua aspek yang saling berkompetisi. Hasil akhir yang dicapai adalah kondisi steady yang merupakan hasil kesetimbangan dari dua efek yang saling berkompetisi tersebut.