BAB 3

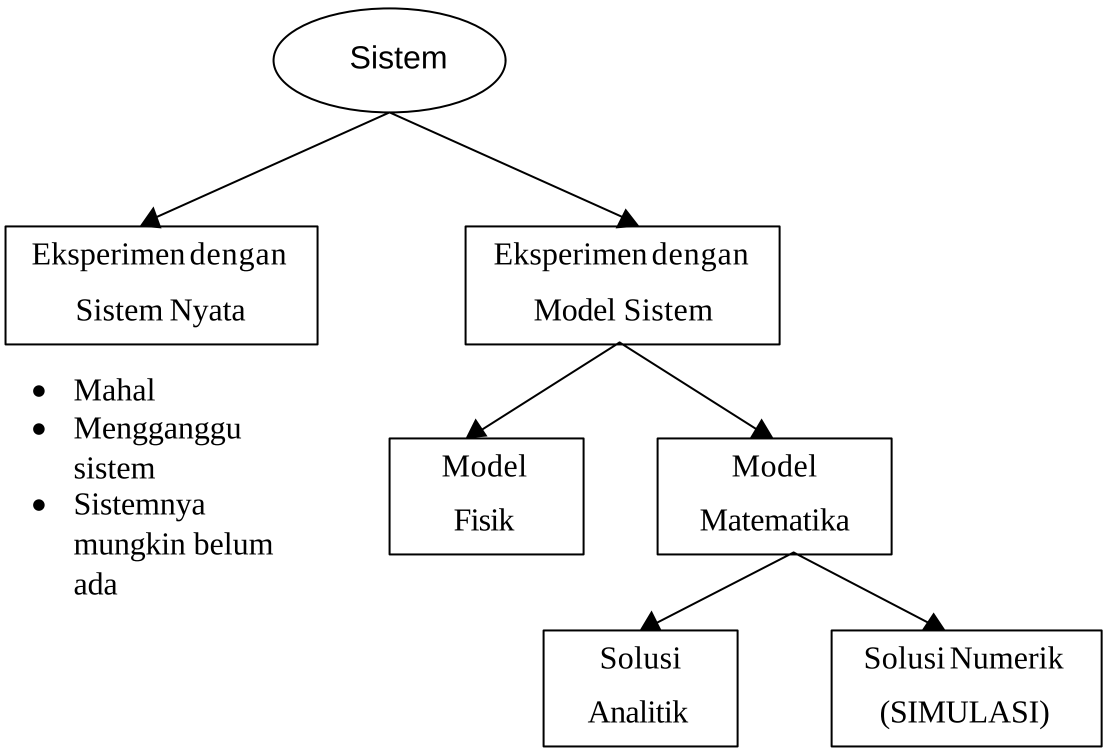
SISTEM DINAMIK ORDE SATU

Isi:

- Pengantar pengembangan model sederhana
- Arti fisik parameter-parameter proses

3. 1 PENGANTAR PENGEMBANGAN MODEL

Pemodelan dibutuhkan dalam menganalisis sisten kontrol (lihat Gambar 3.1)



Gambar 3.1 Studi Sistem

Untuk melakukan studi sebuah sistem bisa dilakukan dengan dua cara, yaitu cara eksperimen dengan sistem nyata dan eksperimen dengan **model** sistem. Cara pertama memang hasilnya bisa langsung terlihat, namun memiliki kendala yang signifikan, di antaranya ialah biaya eksperimen yang mahal padahal belum tentu berhasil, mengganggu sistem yang sedang berjalan dan mungkin saja sistem yang akan dipelajari belum eksis. Cara kedua adalah alternatif yang terbaik, meski tidak bersih dari kesulitan dan kekurangan. Model sistem yang akan dibuat bisa dalam bentuk model fisik ataupun model matematika tergantung dari sistem yang akan dipelajari. Pada sistem kontrol biasanya menggunakan model matematika, yaitu persamaan differensial fungsi waktu (dinamik). Solusi yang diterapkan bisa dengan secara analitik ataupun numerik (simulasi). Cara lainnya yang relatif mudah adalah dengan metode Transformasi Laplace sebagaimana telah diuraikan di modul sebelumnya.

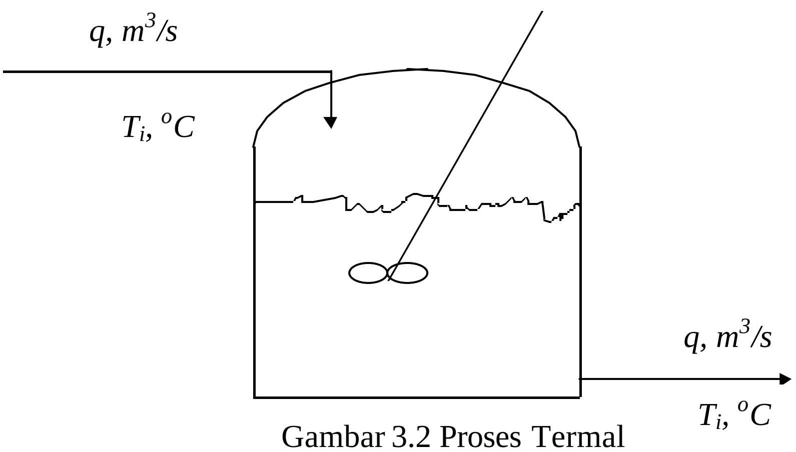
3. 2 ARTI FISIK PARAMETER-PARAMETER PROSES

Obyektif dari pengembangan model (pemodelan) adalah untuk analisis sistem kontrol. Obyektif kedua adalah untuk mempelajari arti fisik dari parameter-parameter proses yang menggambarkan jati diri) proses.

Pemodelan:

Laju massa/energi *ke proses*	-	Laju massa/energi *keluar dari proses*	=	Laju akumulasi massa/ energi dalam *proses*

Contoh: PROSES TERMAL (Gambar 3.2)



Gambar 3.2 Proses Termal

Proses adiabatik

Variabel : $T_i(t)$ dan $T(t)$

Konstanta : V, q, ρ, c_p, c_v

$$q\rho_i h_i(t) - q\rho h(t) = \frac{d(V\rho u(t))}{dt}$$

atau

$$q\rho_i c_{pi} T_i(t) - q\rho c_p T(t) = \frac{d(V\rho c_v T(t))}{dt}$$

$$q\rho_i c_{pi} T_i(t) - q\rho c_p T(t) = V\rho c_v \frac{d(T(t))}{dt} \Rightarrow \text{Ordinary}$$

Differential

Equation (ODE)

Linear orde-satu

$T(t) \Rightarrow$ tidak diketahui

$T_i(t) \Rightarrow$ variabel input yang bisa berupa fungsi uji

Jadi: hanya 1 yang tidak diketahui, dan ditulis:

$$q\rho_i c_{pi} T_i(t) - q\rho c_p T(t) = V\rho c_v \frac{d(T(t))}{dt} \qquad \textit{1 eq. 1 unk.}$$

Steady state:

$$q\rho c_p \bar{T}_i - q\rho c_p \bar{T} = 0$$

$$q\rho cp[Ti(t) - \bar{T}_i] - q\rho c_p[T(t) - \bar{T}] = V\rho c_v \frac{d[T(t) - \bar{T}]}{dt}$$

Variabel deviasi:

$\mathbf{T_i}(t) = T_i(t) - \bar{T}_i$

$\mathbf{T}(t) = T(t) - \bar{T}$

$$q\rho c_p \mathbf{T_i}(t) - q\rho c_p \mathbf{T}(t) = V\rho c_v \frac{d(\mathbf{T}(t))}{dt}$$

Solusi: Buat grafik $\mathbf{T}(t)$ vs t untuk forcing function $\mathbf{T_i}(t)$ tertentu.

Definisi dan penggunaan variabel deviasi dalam analisis dan disain sistem kontrol proses sangat penting, sehingga harus dipahami sebaik-baiknya.

Keuntungan penggunaan variabel deviasi:

1. Harga variabel ini mengindikasikan tingkat deviasi dari harga operasi *steady state (ss).*

Harga *ss* = harga variabel yang diinginkan (setpoint).

2. Harga awal adalah nol (dimulai dari *ss*) akan menyederhanakan solusi PD.

Diatur lagi:

$$\frac{Vrc_v}{qrc_p}\frac{d\mathbf{T}(t)}{dt}+\mathbf{T}(t)=T_i(t), \quad \text{dengan} \quad t=\frac{Vrc_v}{qrc_p} \quad \text{maka :}$$

$$t\,\frac{d\mathbf{T}(t)}{dt}+\mathbf{T}(t)=\mathbf{T_i}(t)$$

harga konstanta waktu (τ) berhubungan dengan kecepatan respon proses:

τ besar $\Rightarrow$ lambat

τ kecil $\Rightarrow$ cepat

Laplace Transform: $ts\mathbf{T}(s) + \mathbf{T}(s) = \mathbf{T_i}(s)$

$$\mathbf{T}(s) = \frac{1}{ts+1}\,\mathbf{T_i}(s)$$

$$\boxed{\frac{\mathbf{T}(s)}{\mathbf{T_i}(s)}=\frac{1}{ts+1}}$$

$\Rightarrow$ fungsi alih

(transfer function)

kenyataannya: solusi persamaan tersebut mengalihkan input ke output.

Proses yang diwakili oleh fungsi alih di atas disebut: proses orde-satu atau sistem orde-satu atau lag orde-satu.

Jika $T_i(t)$ dinaikkan A°C, maka step change-nya sebesar A°C.

$$T_i(t) = \mathrm{T_i} \qquad t<0$$

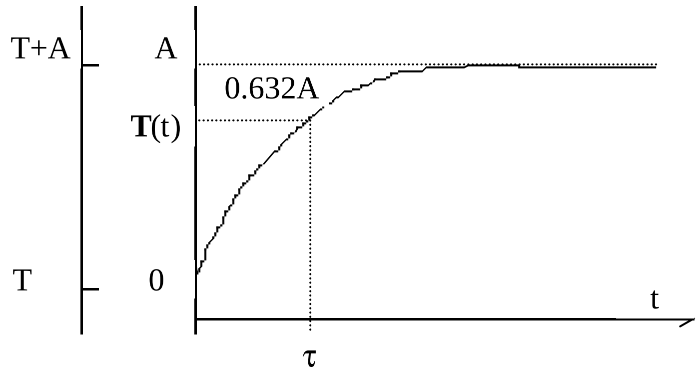
$$T_i(t) = \mathrm{T_i} + A \quad t \geq 0$$

maka: $\mathbf{T_i}(t) = Au(t) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T_i}(s) = A/s$

$$\mathbf{T}(s) = \frac{A}{s(ts+1)} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T}(t) = A(1 - e^{-t/t})$$

$$T(t) = \mathrm{T} + A(1 - e^{-t/t})$$

pada $t = t \Rightarrow \mathbf{T}(t) = A(1 - e^{-t/t}) = A(1 - e^{-1}) = 0{,}632A$



$t = f(V, c_p, c_v, dan\ q) \Rightarrow$ jika kondisi proses berubah, maka personality proses juga berubah dan direfleksikan dalam t.

t konstan pada jangka operasi $T(t) \Rightarrow$ sifat sistem linear.

Proses tidak adiabatis:

$$qrc_pT_i(t) - Q(t) - qrc_pT(t) = Vrc_V \frac{d(T(t))}{dt}$$

$$qrc_pT_i(t) - UA[T(t) - T_s(t)] - qrc_pT(t) = Vrc_V \frac{d(T(t))}{dt}$$

UA dianggap tetap, T_s adalah suhu lingkungan

ss: $\quad qrc_p\mathrm{T_i} - UA[\mathrm{T} - \mathrm{T_s}] - qrc_p\mathrm{T} = 0$

$$qrcp(Ti(t) - \mathrm{T_i}) - UA[(T(t) - \mathrm{T}) - (T_s(t) - \mathrm{T_s})] - qrc_p(T(t) - \mathrm{T}) = Vrc_V \frac{d[T(t) - \mathrm{T}]}{dt}$$

$\mathbf{T_s}(t) = T_s(t)$ - T_s, maka:

$$q r c p \mathbf{T_i}(t) - UA(\mathbf{T}(t) - \mathbf{T_s}(t)) - q r c_p \mathbf{T}(t) = V r c_v \frac{d(\mathbf{T}(t))}{dt}$$

forcing function juga, mempengaruhi heat losses dan suhu cairan proses.

$$\frac{V r c_v}{q r c_p + UA} \frac{d\mathbf{T}(t)}{dt} + \mathbf{T}(t) = \frac{q r c_p}{q r c_p + UA} \mathbf{T_i}(t) + \frac{UA}{q r c_p + UA} \mathbf{T_s}(t)$$

$$t \frac{d\mathbf{T}(t)}{dt} + \mathbf{T}(t) = K_1 \mathbf{T_i}(t) + K_2 \mathbf{T_s}(t)$$

$$t = \frac{V r c_v}{q r c_p + UA} (\text{det}ik), K_1 = \frac{q r c_p}{q r c_p + UA}, dan K_2 = \frac{UA}{q r c_p + UA}$$

$$t s \mathbf{T}(s) + \mathbf{T}(s) = K_1 \mathbf{T_i}(s) + K_2 \mathbf{T_s}(s)$$

$$\mathbf{T}(s) = \frac{K_1}{ts+1} \mathbf{T_i}(s) + \frac{K_2}{ts+1} \mathbf{T_s}(s)$$

Jika $\mathbf{T_s}(t) = T_s$ maka $\dfrac{\mathbf{T_s}(s)}{\mathbf{T_i}(s)} = \dfrac{K_1}{ts+1}$

$\mathbf{T_i}(t) = T_i$ maka $\dfrac{\mathbf{T}(s)}{\mathbf{T_s}(s)} = \dfrac{K_2}{ts+1}$

Kedua fungsi alih di atas disebut fungsi alih individual.

K disebut *process gain* atau *steady-state gain.*

Jika $\mathbf{T_i}(t)$ dinaikkan A^{o}C: $\mathbf{T}(s) = \dfrac{K_1 A}{s(ts+1)}$

maka: $\mathbf{T}(t) = K_1 A(1 - e^{-t/t})$

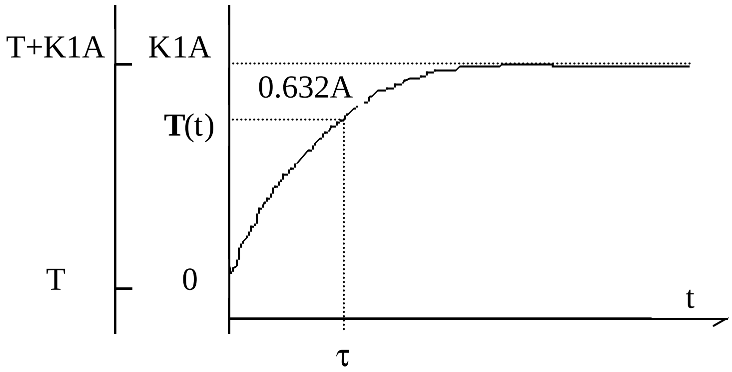
$T(t) = T + K_1 A(1 - e^{-t/t})$

GAIN:

- berapa besar perubahan variabel keluaran tiap perubahan variabel masukan

$$K = \frac{\Delta O}{\Delta I} = \frac{\Delta \text{ output variable}}{\Delta \text{ input variable}}$$

- sensivitas proses atau personalitas proses (watak proses)



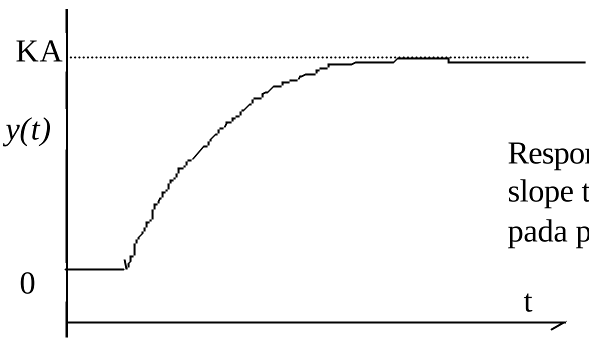
3. 3 RESPON PROSES ORDE-SATU

$$\mathbf{G}(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{ts+1}$$

untuk step function: $x(t) = Au(t) \Rightarrow X(s) = A/s$

$$Y(s) = \frac{KA}{(ts+1)s}$$

$$y(t) = KA(1 - e^{-t/t})$$



Respons khas orde-sat, slope tercuram terjadi pada permulaan respon

3. 4 FUNGSI ALIH DAN DIAGRAM BLOK

- **FUNGSI ALIH (transfer function):**

rasio antara TL variabel keluaran dan TL variabel masukan

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K\left(a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + ... + a_1 s + 1\right)}{\left(b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + ... + b_1 s + 1\right)}$$

Sifat-sifat fungsi alih:

1. $n \geq m$
2. menghubungkan transformasi deviasi variabel masukan dan keluaran dari initial *ss*. Sebaliknya, kondisi awal bukan nol punya kontribusi tambahan pada transformasi variabel keluaran.
3. Sistem stabil: hubungan *ss* antara perubahan variabel keluaran dan perubahan variabel masukan diperoleh dengan $\lim_{s \to 0} G(s)$

Fungsi alih mendefinisikan dengan sempurna karakteristik *ss* dan dinamik, respon total, sistem pada PD.

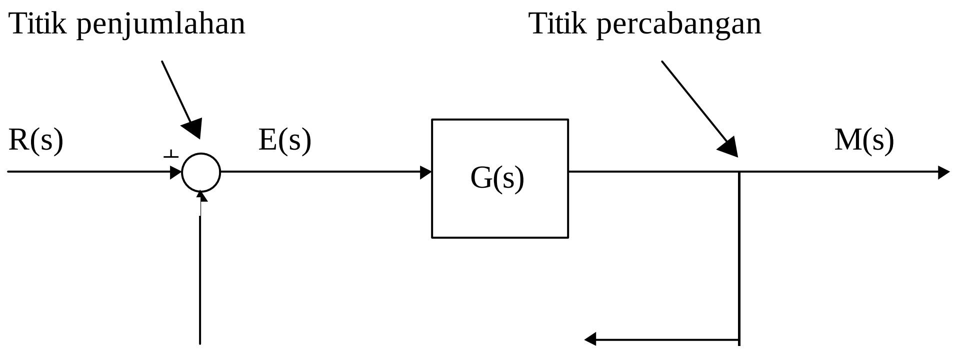
- **DIAGRAM BLOK**

  representasi secara grafik pengontrolan suatu proses

Komponennya (lihat Gambar 3.6):

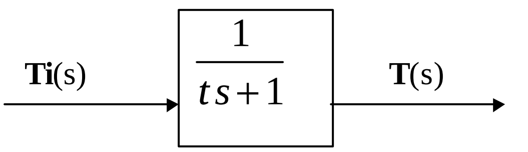
1. *Anak panah*: aliran informasi (variabel proses/sinyal kontrol)
2. *Titik penjumlahan*: penjumlahan aljabar anak-anak panah masukan
3. *Titik percabangan*: posisi pada anak panah bercabang keluar dan menuju titik penjumlahan lain atau blok
4. *Blok*: operasi matematika dalam bentuk fungsi alih seperti *G(s)*.

   $M(s) = G_c(s)E(s) = G_c(s)[R(s) - C(s)]$

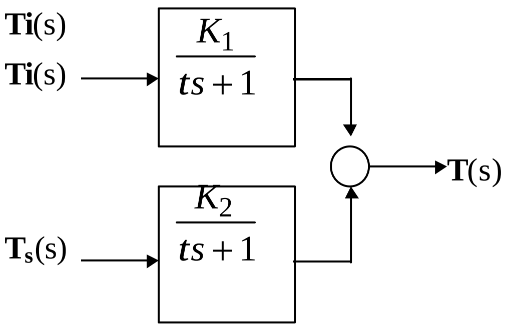


Gambar 3.6 Diagram Blok

Contoh:

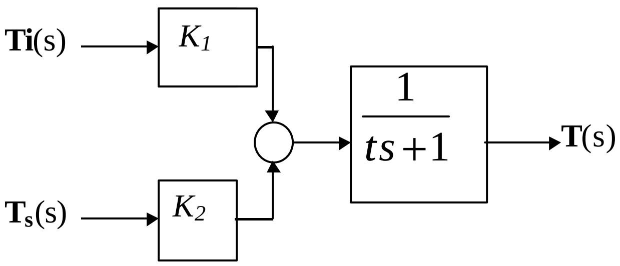


sistem termal tanpa pengaruh suhu lingkungan



Respon total sisten diperoleh dgn menambahkan secara aljabar respon yang disebabkan perubahan suhu

atau

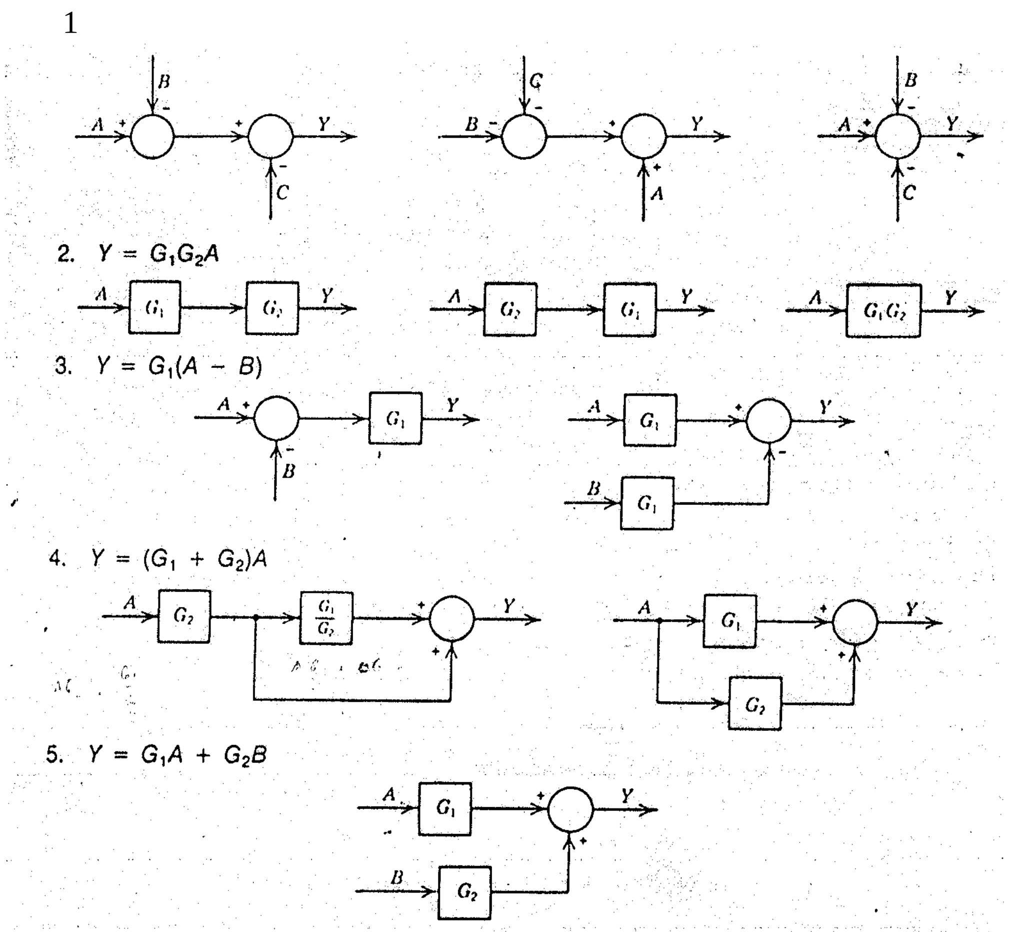


masukan ke respon yang disebabkan oleh perubahan suhu lingkungan

Penambahan secara aljabar respon-respon yang disebabkan beberapa input disebut *prinsip superposisi* $\Rightarrow$ sifat khas sistem linear.

Untuk menyederhanakan diagram blok bisa dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Aturan untuk Aljabar Diagram Blok



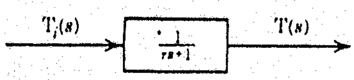
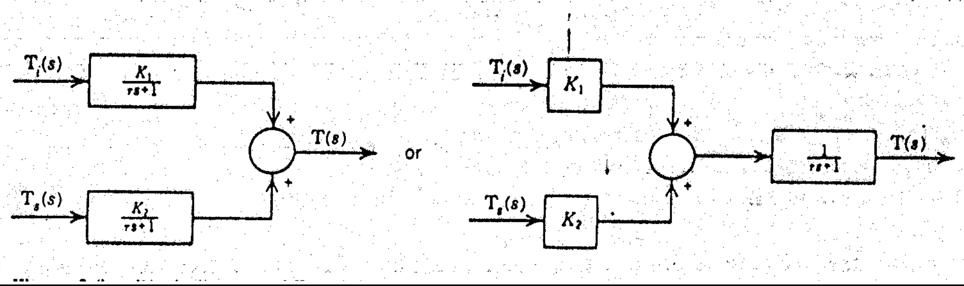
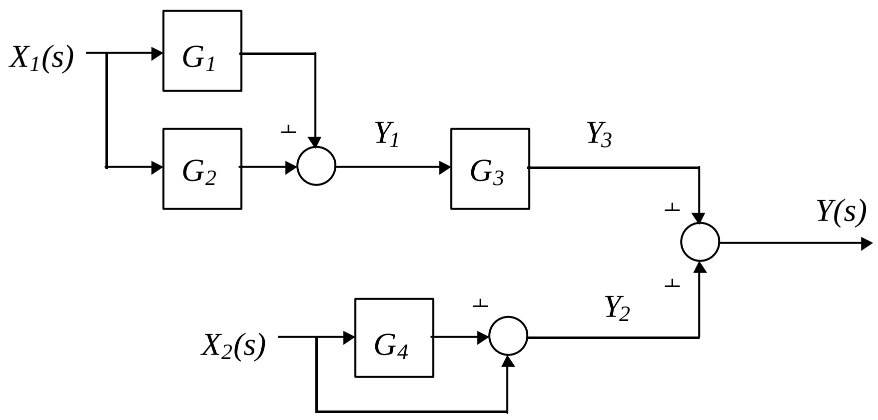


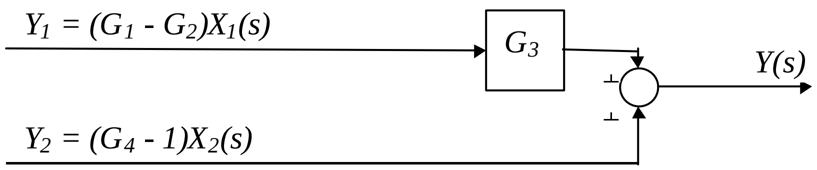
Figure 3-7. Block diagram of Eq. (3-11).

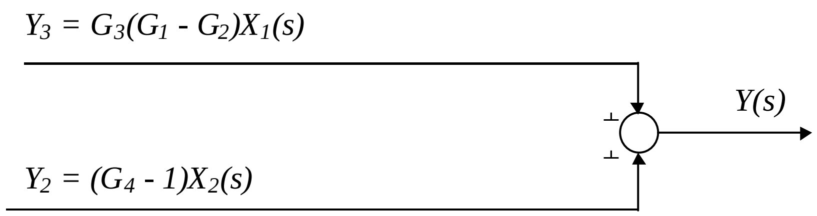


Contoh menyederhanakan diagram blok dan mencari fungsi alihnya:

1.







$Y(s) = G_3(G_1 - G_2)X_1(s) + (G_4 - 1)X_2(s)$

Fungsi alih individualnya:

$$\frac{Y(s)}{X_1(s)} = G_3\left(G_1 - G_2\right) \quad \text{dan} \quad \frac{Y(s)}{X_2(s)} = \left(G_4 - 1\right)$$

2. Rumus umum fungsi alih:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{l=1}^{L}\left[\prod_{j=1}^{J} G_j\right]_l}{1 + \sum_{k=1}^{K}\left[\prod_{i=1}^{I} G_i\right]_k}$$

L = jumlah aliran maju antara $X(s)$ dan $Y(s)$

J = jumlah fungsi alih pada tiap aliran maju $X(s)$ ke $Y(s)$

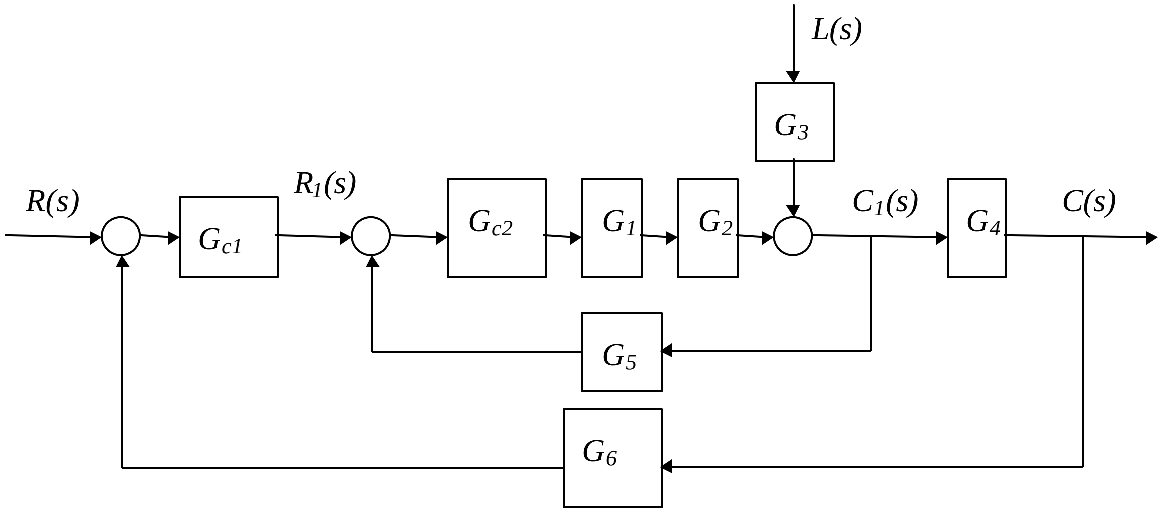
G_j = fungsi alih tiap aliran maju

K = jumlah lup berjaring dalam diagram blok

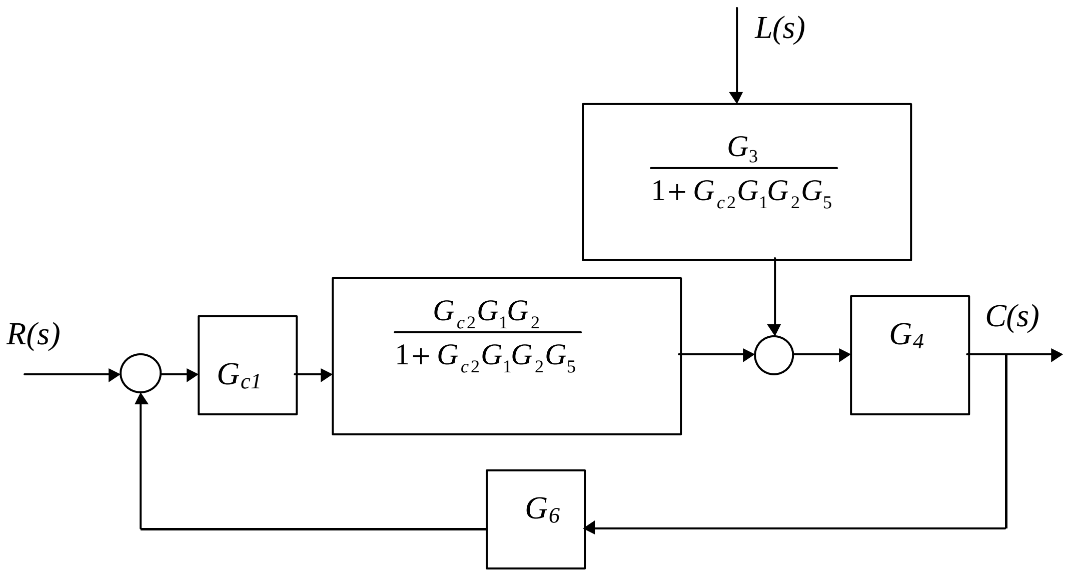
I = jumlah fungsi alih tiap lup

G_i = fungsi alih tiap lup

Contoh:



$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)} = \frac{G_{c2}G_1G_2}{1+G_{c2}G_1G_2G_5} \qquad \frac{C_1(s)}{L(s)} = \frac{G_3}{1+G_{c2}G_1G_2G_5}$$



$$\frac{C(s)}{L(s)} = \frac{\dfrac{G_3G_4}{1+G_{c2}G_1G_2G_5}}{1+\dfrac{G_{c1}G_{c2}G_1G_2G_4G_6}{1+G_{c2}G_1G_2G_5}} = \frac{G_3G_4}{1+G_{c2}G_1G_2G_5+G_{c1}G_{c2}G_1G_2G_4G_6}$$