
BAB 4

SISTEM DINAMIK ORDE-TINGGI

Sistem dinamik orde-tinggi \Rightarrow gabungan dua atau lebih sistem dinamik orde-satu.

Contoh:

1. Level control pada tangki-tangki, baik yang sistem non-interkasi (*noninteracting system*) maupun yang terinteraksi (*interacting system*).
2. Sistem pendinginan suatu proses panas (*cooling of a hot process*).

Respon Sistem Orde-Tinggi:

Dua tipe fungsi alih orde-tinggi:

$$1. G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \prod_{i=1}^n G_i(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)}$$

$$2. G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K \prod_{j=1}^m (\tau_{ld_j} s + 1)}{\prod_{i=1}^n (\tau_{lg_i} s + 1)}$$

4.1 Sistem orde-dua

Fungsi alih orde-dua:

$$1. G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} = \frac{K}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1}$$

$$2. G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1}$$

$$\tau = \text{konstanta waktu karakteristik (waktu)} = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$$

$$\mathbf{x} = \text{rasio redaman (tanpa satuan)} = \frac{t_1 + t_2}{2\sqrt{t_1 t_2}}$$

Fungsi step:

$$X(s) = 1/s \quad \mathcal{P} \quad Y(s) = \frac{K}{s(t^2 s^2 + 2t\mathbf{x}s + 1)}$$

$$= \frac{K}{s(s - r_1)(s - r_2)}$$

$$r_1 = -\frac{\mathbf{x}}{t} + \frac{\sqrt{\mathbf{x}^2 - 1}}{t}$$

$$r_2 = -\frac{\mathbf{x}}{t} - \frac{\sqrt{\mathbf{x}^2 - 1}}{t}$$

\mathcal{P} respon sistem tergantung pada rasio redaman (\mathbf{x})

$0 < \mathbf{x} < 1$ disebut redaman kurang (*underdamped*)

$\mathbf{x} = 1$ disebut redaman kritis (*critically damped*)

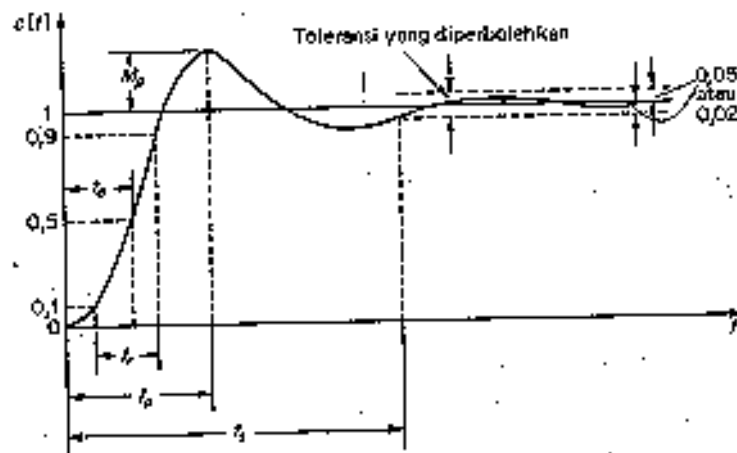
$\mathbf{x} > 1$ disebut redaman lebih (*overdamped*)

Beda respon orde 1 dan orde 2:

1. Slope paling curam pada orde 2 tidak terjadi saat memulai respon.
2. Orde 1 tidak berosilasi.

Respon sistem lup terbuka \mathcal{P} redaman kritis atau redaman lebih (tidak berosilasi), osilasi hanya terjadi pada sistem lup tertutup.

4.2 PERFORMANSI SISTEM KONTROL



Gambar 4.1 Kurva respon tangga satuan

Untuk fungsi alih sistem orde 2: $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

1. Overshoot (*lewatan maksimum, M_p*): $M_p = \frac{B}{A} = e^{-\frac{\zeta p}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

2. Decay ratio: $\frac{C}{B} = e^{-\frac{2\zeta p}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

(kriteria untuk menentukan respon sistem kontrol yang memuaskan)

3. Peak time (*waktu puncak, t_p*): $t_p = \frac{p}{\omega_d}$ dengan $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$

ω_n = frekuensi alamiah tak teredam

ω_d = frekuensi alamiah teredam

4. Rise time (*waktu naik, t_r*): $t_r = \frac{(p - b)}{\omega_d}$, $b = \tan^{-1} \frac{\omega_d}{s}$, $s = \zeta\omega_n$

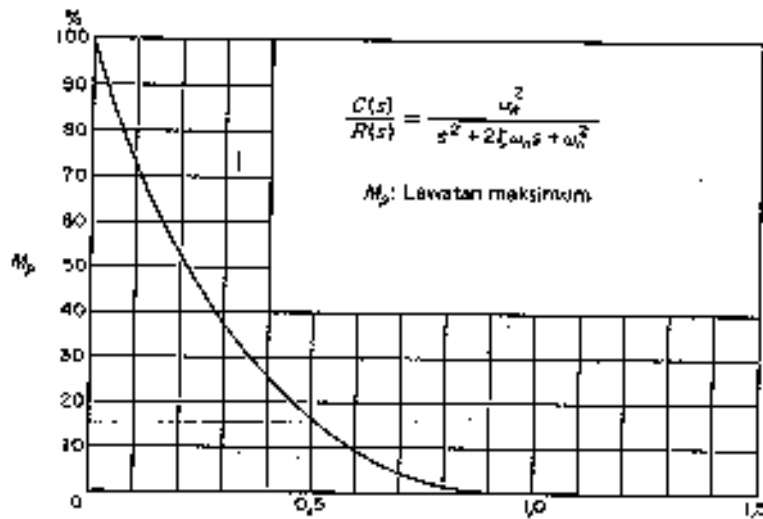
5. Periode osilasi (T): $T = \frac{2\pi t}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

6. Setting time (*waktu penetapan, t_s*):

- untuk batas 2% $t_s = \frac{4}{s} = 4T$

- untuk batas 5% $t_s = \frac{3}{s} = 3T$

7. Delay time (waktu tunda): waktu yang diperlukan respon untuk mencapai setengah harga akhir yang pertama kali.



Gambar 4.2 Kurva M_p terhadap x

Catatan:

- Dua buah sistem orde dua mempunyai kestabilan relatif yang sama (M_p sama) apabila keduanya mempunyai x sama tapi ω_n berbeda
- Harga overshoot (M_p) yang baik adalah: 2,5% - 25% atau harga rasio redaman (x)nya 0,4 - 0,8

sebab: $x < 0,4$ \Rightarrow M_p terlalu besar
 $x > 0,8$ \Rightarrow respon lebih lambat

4.3 Sistem orde-tinggi

Respon sistem orde tinggi sangat mirip dengan respon orde-2 redaman lebih dengan dead time. Makin besar orde-nya, makin besar pula dead time-nya. Oleh karena itu sistem orde-3 atau lebih bisa didekati dengan sistem orde-2 plus dead time:

$$G(s) = \frac{Ke^{-st_0}}{(t_a s + 1)(t_b s + 1)}$$

4.4 LEAD & LAG:

Bentuk kedua sistem orde tinggi:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K \prod_{j=1}^m (t_{ld_j} s + 1)}{\prod_{i=1}^n (t_{lg_i} s + 1)}$$

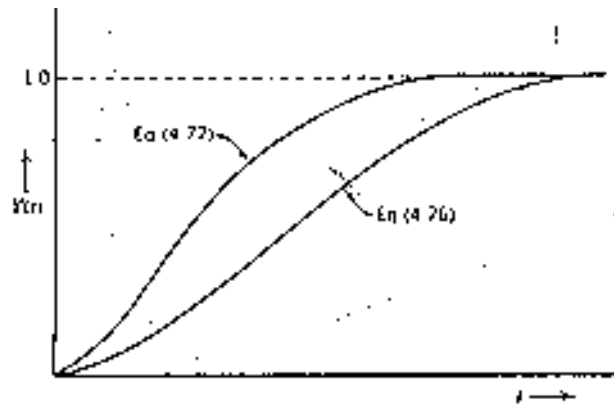
Pengaruh: $(t_{ld} s + 1)$

$$Y_1(s) = \frac{1}{s(t_{lg1} s + 1)(t_{lg2} s + 1)(t_{lg3} s + 1)}$$

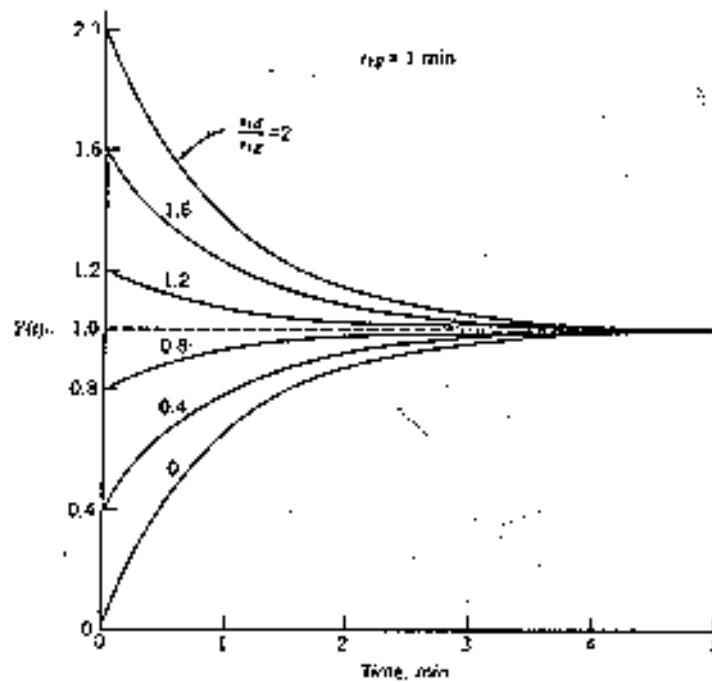
$$Y_2(s) = \frac{(t_{ld} s + 1)}{s(t_{lg1} s + 1)(t_{lg2} s + 1)(t_{lg3} s + 1)}$$

dengan $t_{ld} = \text{konstanta waktu}$

$t_{lg} = \text{konstanta waktu}$



Gambar 4.3 Perbandingan antara $y_1(t)$ dan $y_2(t)$



Gambar 4.4 Respon lead/lag terhadap input step

Dari gambar respon $y_1(t)$ dan $y_2(t)$ terlihat bahwa $(t_{ld}s + 1)$ mempercepat respon.

Pada $t_{ld} = t_{lg}$ \mathbf{P} hubungan $Y(s)$ dan $X(s)$ menjadi satu orde lebih kecil.

Bagaimana kalau fungsi alihnya:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{t_{ld}s + 1}{t_{lg}s + 1} \quad \mathbf{P} \quad \text{disebut } \textit{lead/lag}.$$

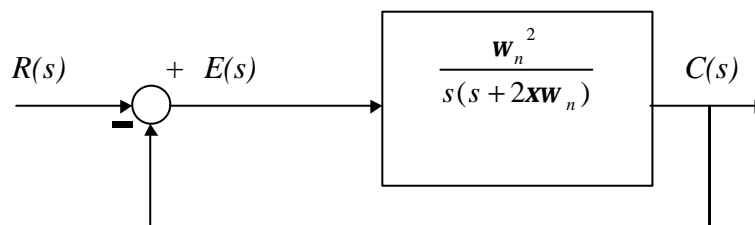
$$y(t) = 1 + \frac{t_{ld} - t_{lg}}{t_{lg}} e^{-t/t_{lg}}$$

3 hal penting respon lead/lag:

1. Respon awal tergantung rasio lead/lag
2. Perubahan akhir pada output lead/lag sesuai dengan besarnya perubahan step pada input
3. Laju decay eksponensial hanya fungsi $t_{lg} : e^{-t/t_{lg}}$

CONTOH:

1. Tinjau sistem pada gambar di bawah ini, di mana $\mathbf{x} = 0,6$ dan $\mathbf{w}_n = 5$ rad/detik. Cari waktu naik, waktu puncak, lewatan maksimum, dan waktu penetapan jika sistem dikenai masukan tangga satuan.



JAWAB:

Dari harga \mathbf{x} dan \mathbf{w}_n yang diberikan:

$$\mathbf{w}_d = \mathbf{w}_n \sqrt{1 - \mathbf{x}^2} = 4 \quad \text{dan} \quad \mathbf{s} = \mathbf{x}\mathbf{w}_n = 3$$

- Waktu naik:
$$t_r = \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{b})}{\mathbf{w}_d} = \frac{3,14 - \mathbf{b}}{4}$$

$$\mathbf{b} = \tan^{-1} \frac{\mathbf{w}_d}{\mathbf{s}} = \tan^{-1} \frac{4}{3} = 0,93 \text{ rad}$$

$$t_r = 0,55 \text{ detik}$$

- Waktu puncak: $t_p = \frac{P}{w_d} = \frac{3,14}{4} = 0,785$ detik

- Lewatan maksimum:

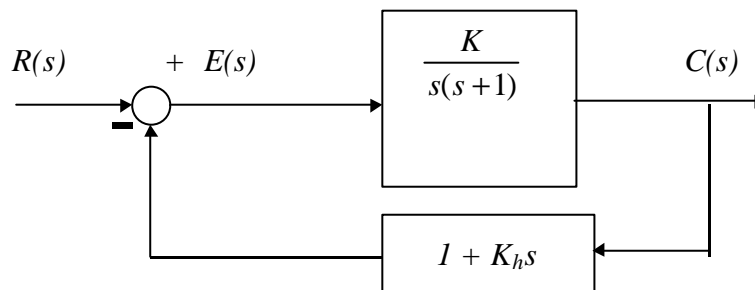
$$M_p = e^{-\frac{px}{\sqrt{1-x^2}}} = e^{-(\xi/w_d)P} = e^{-(3/4)3,14} = 0,095 = 9,5\%$$

- Waktu penetapan:

untuk kriteria 2%: $t_s = 4/\mathbf{s} = 4/3 = 1,33$ detik

untuk kriteria 5%: $t_s = 3/\mathbf{s} = 3/3 = 1$ detik

2. Untuk sistem yang ditunjukkan pada gambar di bawah ini, diinginkan untuk menentukan harga penguatan (*gain*) K dan konstanta umpan-balik kecepatan K_h sedemikian rupa sehingga lewatan maksimum berharga 0,2 dan waktu puncaknya 1 detik. Dengan harga-harga K dan K_h ini diinginkan untuk memperoleh waktu naik dan waktu penetapan.



JAWAB:

$$M_p = e^{-\frac{px}{\sqrt{1-x^2}}} = 0,2 \quad \text{maka: } \frac{px}{\sqrt{1-x^2}} = 1,61 \quad \mathbf{x} = 0,456 \rightarrow$$

$$t_p = \frac{P}{w_d} = 1 \text{ detik, maka } w_d = 3,14$$

$$w_n = \frac{w_d}{\sqrt{1-x^2}} = 3,53$$

$$w_n = \mathbf{\ddot{O}K} \quad \text{maka } K = w_n^2 = 12,5$$

$$K_h = \frac{2\sqrt{Kx} - 1}{K} = 0,178$$

$$\text{Waktu naik: } t_r = \frac{(p - b)}{w_d} = \frac{3,14 - b}{3,14}$$

$$b = \tan^{-1} \frac{w_d}{s} = \tan^{-1} \frac{3,14}{0,456 \times 3,53} = 1,10 \text{ rad}$$

$$t_r = 0,65 \text{ detik}$$

$$\text{Waktu penetapan: } t_s = 2,48 \text{ detik (2\%)}$$

$$t_s = 1,86 \text{ (5\%)}$$