

Rules for BST Deletion

Men-delete X dari BST:

1. Jika X adalah leaf, tinggal delete
2. Jika X punya satu anak, ganti dengan anak tsb.
3. Jika X punya dua anak, ganti nilainya dgn predecessor secara in-order.

Red-Black Tree Deletion

Men-delete X dari RB Trees:

1. Jika X adalah merah?
No problem
2. Jika X adalah hitam?
Jika X bukan root, akan mengubah jumlah node hitam salah satu path ke leaf.

Red-Black Trees

Tujuan Top-Down Deletion

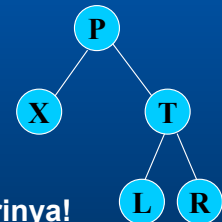
Men-delete X dari RB Trees:

- Usahakan X adalah leaf merah
- Sambil mencari lokasi X, semua node yang ditemui diganti merah.
- Jika terjadi *rule-violation*, perbaiki dengan rotasi.

Red-Black Trees

Terminology

- X adalah node yang sdg ditinjau
- T adalah X's sibling
- P adalah parent dari X dan T
- R adalah anak kanan dari T
- L adalah anak kiri dari T



Asumsi: selalu ada pola simetrinya!

Basic Strategy

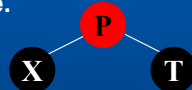
- Sambil turun ke lokasi item yang hendak di-delete, kita ubah setiap node X menjadi **merah**.
- Setiap mengubah X ke **merah**, kita tahu:
 - P juga merah (baru saja dikunjungi)
 - T adl hitam (karena P merah)

Step 1 – Periksa root!

1. Jika kedua anak root hitam:
 - a. Ubah root ke **merah**.
 - b. Lanjutkan X ke arah lokasi
 - c. Lanjutkan ke Step 2
2. Jika salah satu anak root merah, lanjutkan ke Step 2B.

Step 2 – Kasus Utama

Sambil turun ke lokasi, kita temui situasi ini sampai mencapai item yang hendak di-delete.



Ubah X menjadi merah, dan lakukan penyesuaian thd node lain, rotasi jika perlu berdasar warna X dan anak-anak T.

2A. X punya dua anak hitam

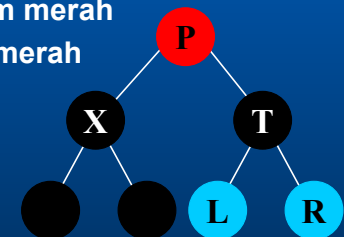
2B. X punya setidaknya satu anak merah.

Case 2A: X punya 2 anak hitam

2A1. T punya dua anak hitam

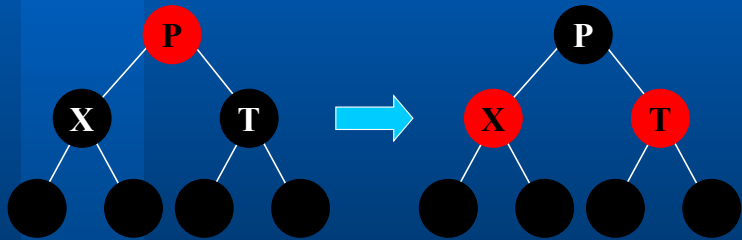
2A2. T punya anak dalam merah

2A3. T punya anak luar merah

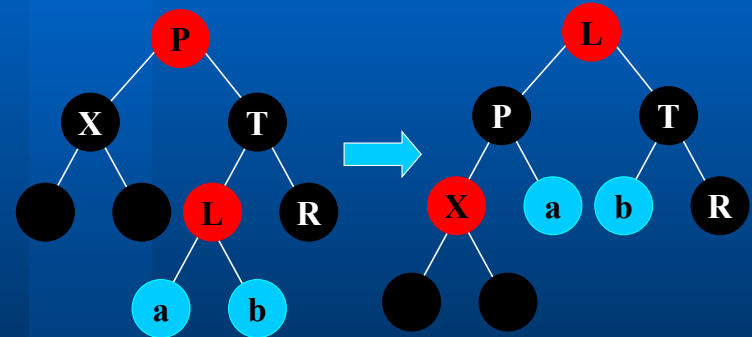


Jika L dan R merah, bisa dikategorikan kasus 2A2 atau 2A3

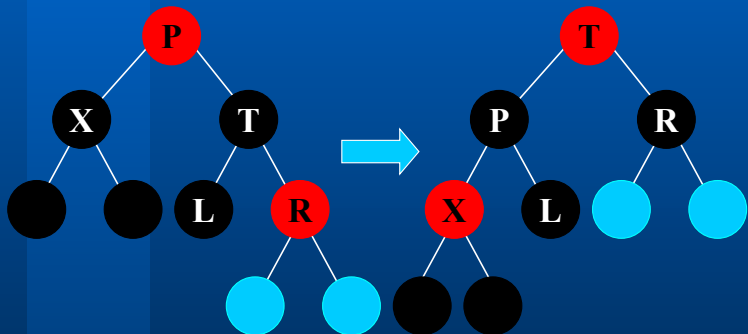
Case 2A1: Color Flip



Case 2A2: Double Rotation



Case 2A3: Single Rotation



Red-Black Trees

Case 2B – X punya 1 anak merah

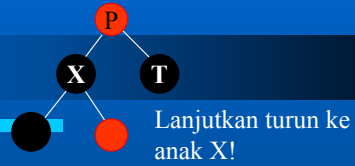
Lanjutkan turun ke anak X:

2B1. Jika X' merah, lanjutkan turun ke anak X'.

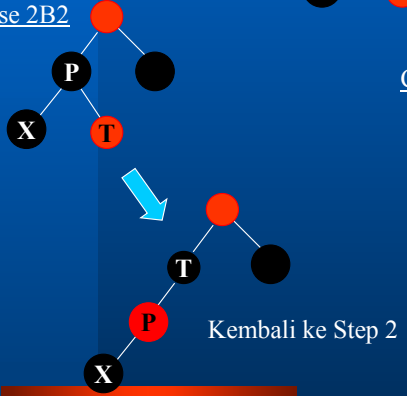
2B2. Jika X hitam (T merah dan P hitam).

- Lakukan Rotasi T terhadap P
- Recolor P dan T
- Kembali ke Step 2

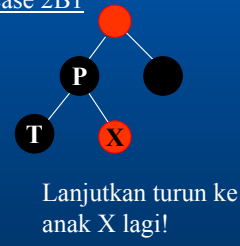
Case 2B



Case 2B2



Case 2B1



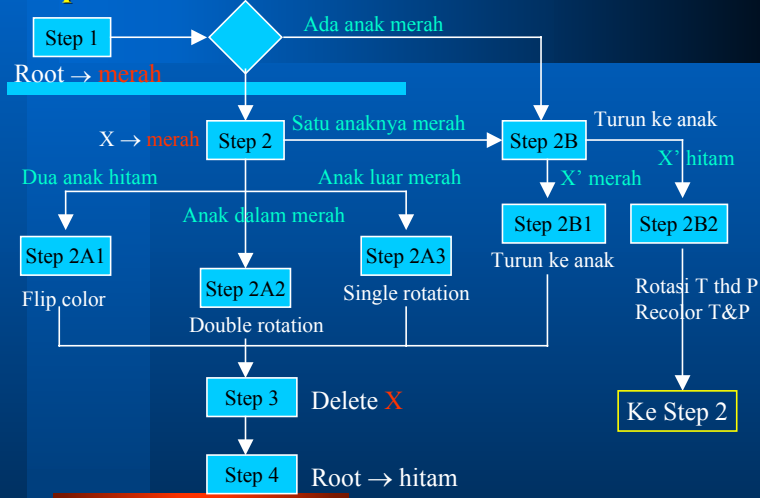
Step 3

Akhirnya ditemukan node yang di-delete – sebuah leaf atau parent dari sebuah leaf.

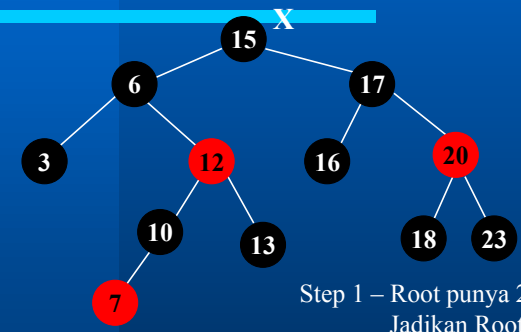
Tinggal delete!

Ubah kembali root menjadi hitam.

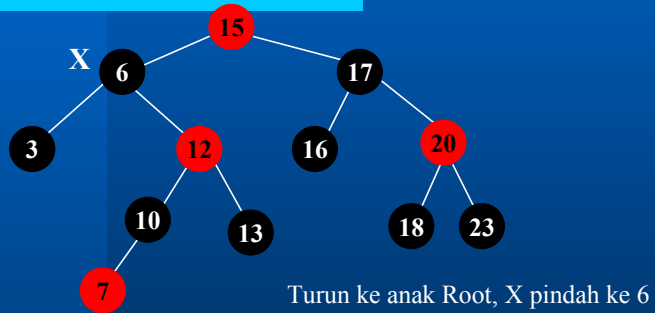
Top-Down Deletion Scenario



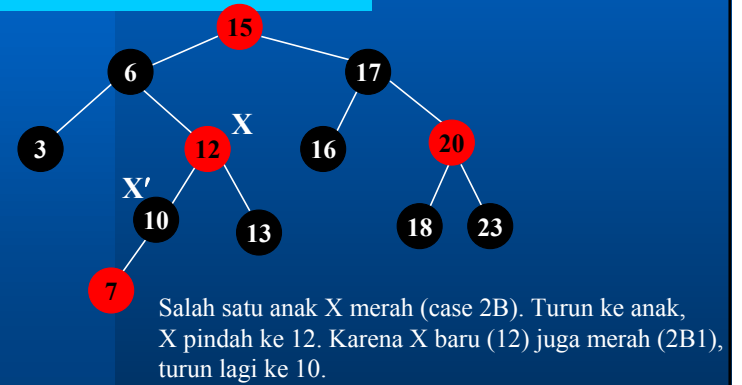
Contoh 1: Delete 10



Contoh 1: Delete 10 (lanjutan)



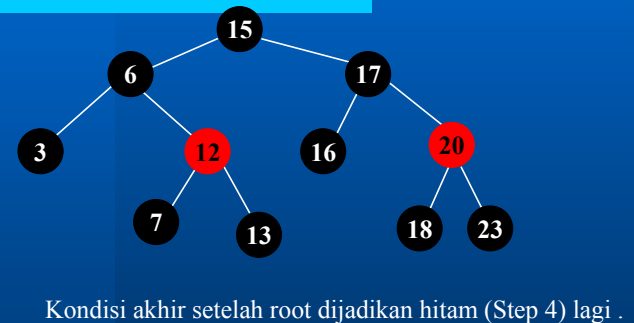
Contoh 1: Delete 10 (lanjutan)



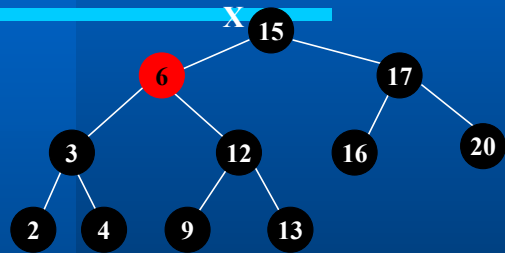
Contoh 1: Delete 10 (lanjutan)



Contoh 1: Delete 10 (lanjutan)

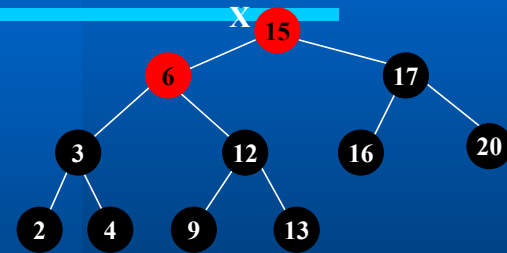


Contoh 2: Delete 9



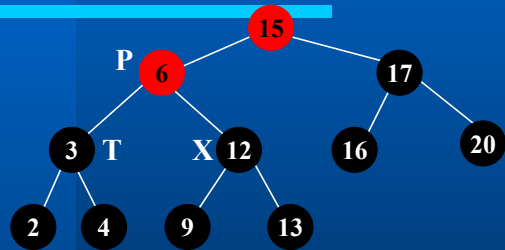
Step 1 – root punya 1 anak merah
Root dijadikan merah.
X = root, lanjutkan ke step 2

Contoh 2: Delete 9 (lanjutan)



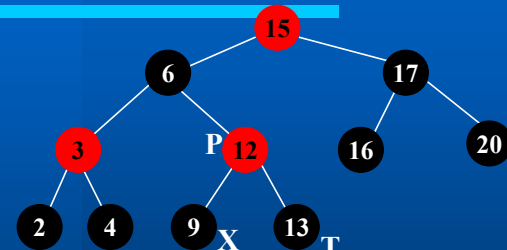
X punya 1 anak merah (case 2B). Lanjutkan turun ke anak, yaitu 6. Karena 6 juga merah (case 2B1), lanjutkan lagi turun ke 12.

Contoh 2: Delete 9 (lanjutan)



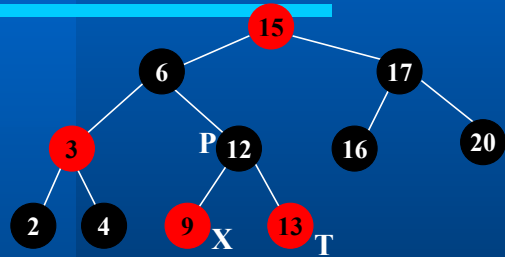
X punya 2 anak hitam. Sibling X juga punya 2 anak hitam. Case 2A1 – recolor X, P dan T.
Lanjutkan turun ke node 9.

Contoh 2: Delete 9 (lanjutan)



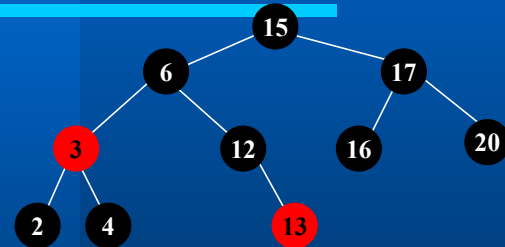
X sekarang node yang akan di-delete, tapi hitam. Kembali ke step 2. X punya 2 anak hitam dan T punya 2 anak hitam – case 2A1.
Recolor X, P dan T.

Contoh 2: Delete 9 (lanjutan)



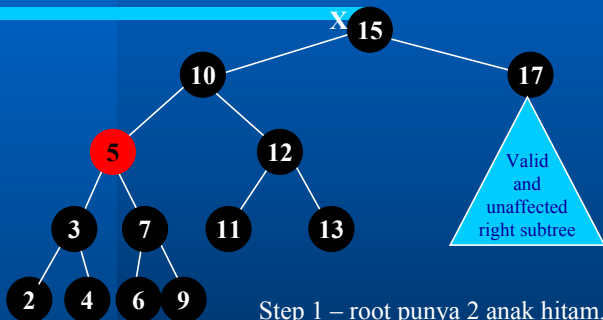
Step 3 – Delete 9 sebagai leaf merah.
Step 4 – Recolor root ke hitam.

Contoh 2: Delete 9 (lanjutan)



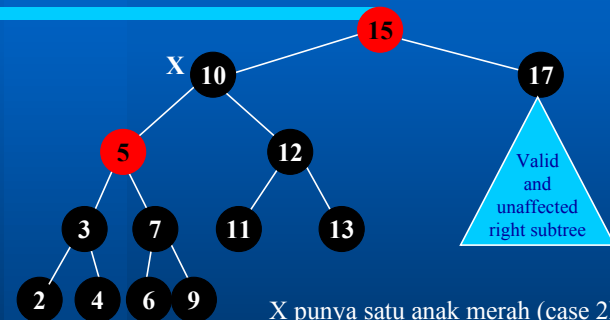
Kondisi akhir setelah root menjadi hitam kembali.

Contoh 3: Delete 11



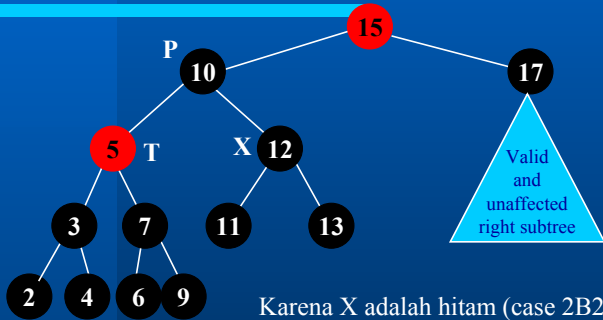
Step 1 – root punya 2 anak hitam.
Jadikan root merah.
Set X ke anak dari root (10)

Contoh 3: Delete 11 (lanjutan)



X punya satu anak merah (case 2B)
Turun ke node anak, X = 12

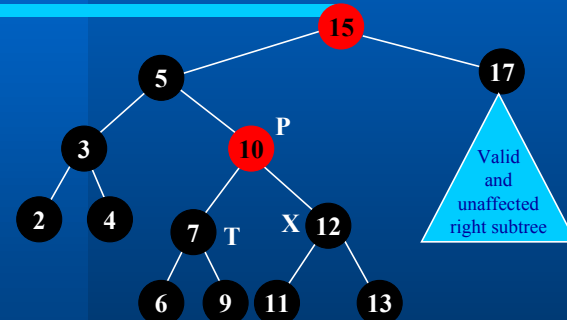
Contoh 3: Delete 11 (lanjutan)



Karena X adalah hitam (case 2B2), dan T merah P hitam, rotasi T thd P.

Recolor T and P dan kembali ke step 2

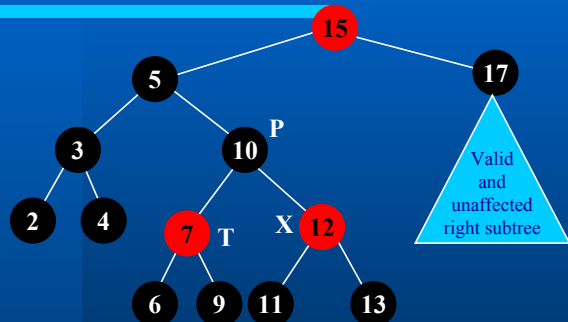
Contoh 3: Delete 11 (lanjutan)



Sekarang X sudah hitam dengan parent merah dan sibling hitam. X dan T punya 2 anak merah (case 2A1).

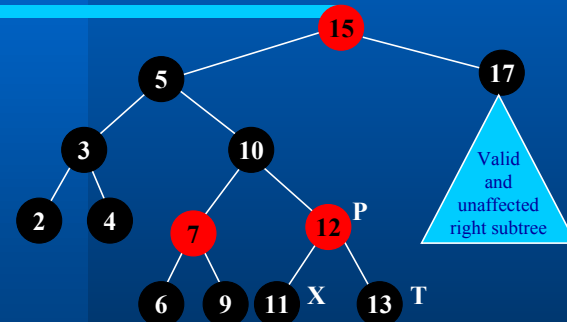
Recolor X, P dan T.

Contoh 3: Delete 11 (lanjutan)



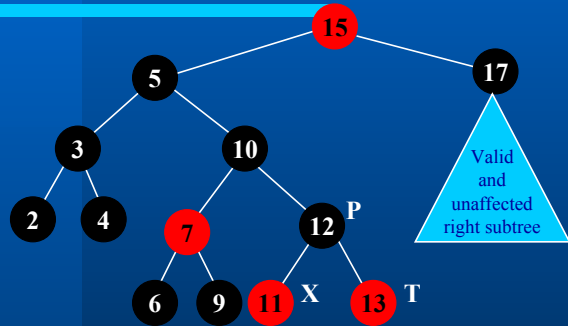
Lanjutkan X ke 11.

Contoh 3: Delete 11 (lanjutan)



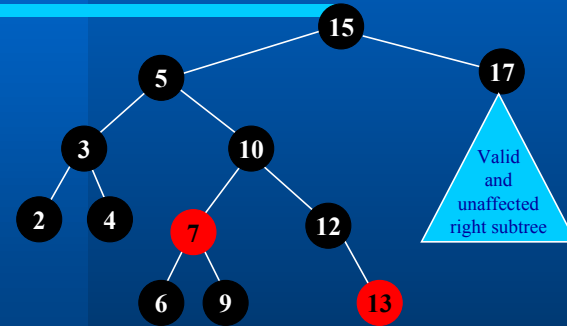
Karena 11 yang hendak di-delete hitam, kembali ke step 2. X dan T keduanya punya 2 anak hitam. Recolor X, P dan T.

Contoh 3: Delete 11 (lanjutan)



Sekarang node yang hendak di-delete merah.
Step 3 – delete 11 sebagai node merah.

Contoh 3: Delete 11 (lanjutan)



Step 4 – kembalikan root ke hitam.