
TEORI PROBABILITAS (KEMUNGKINAN)

Saptawati Bardosono

Teori Kemungkinan (probabilitas)

Untuk komunikasi informasi medis di antara para ahli dan antara seorang ahli dengan pasiennya dan untuk mencegah terjadinya salah interpretasi dari suatu kejadian maka yang terbaik adalah dengan menentukan **kemungkinan** dengan istilah **frekuensi relatif (proporsi)**.

Kemungkinan (P) bahwa suatu kejadian (E) akan terjadi atau $P(E)$ diestimasikan dengan rumus:

$$P(E) = \frac{\text{frekuensi terjadinya E}}{\text{frekuensi akan terjadinya E}}$$

Apa itu probabilitas?

- Apabila sebuah uang logam yang mempunyai 2 permukaan H (head) dan T (tail) dilemparkan berkali-kali
- Hasil yang diperoleh pada setiap pelemparan apakah H atau T dicatat
- Hasil keseluruhan (outcome atau event) yang didapat kemungkinannya akan mempunyai bentuk seperti :

TTHTHHTHHTTHTTTTHHTTTHHHT.....

Apa itu probabilitas?

TTHTHHTHHTTHTTTHTTTHHTTTHHHT.....

- Munculnya permukaan H atau T tidak dapat diduga sebelumnya.
 - Kalau H atau T mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul pada setiap pelemparan, tidak mungkin bahwa hasil keseluruhan (trial) adalah semuanya H atau semuanya T.
 - H dan T akan saling muncul secara bergantian walaupun tidak perlu secara sistematis (random sequence atau random series)
-

Nilai probabilitas outcome/event

- Tentang seri pelemparan sebuah uang logam yang bermuka 2 buah, maka probabilitas untuk setiap muka akan mendekati $\frac{1}{2}$
- Tentang seri pelemparan sebuah dadu bermuka 6 buah, maka probabilitas untuk setiap muka akan mendekati $\frac{1}{6}$

probabilitas selalu dinyatakan dengan angka yang berkisar antara 0 dan 1

Teori Kemungkinan (probabilitas)

Nilai probabilitas berada antara 0 dan 1:

- a) Nilai 0 artinya kejadian tidak akan terjadi
- b) Nilai 1 artinya kejadian pasti terjadi
- c) Nilai 0,5 artinya kemungkinan kejadian akan terjadi sama dengan kejadian tidak akan terjadi

Jumlah dari probabilitas (frekuensi relatif) dari semua kejadian yang dapat terjadi dalam sampel harus 1 (atau 100%)

Teori Kemungkinan (probabilitas)

Contoh:

Dari 1047 sampel usia 40-59 tahun diamati kadar kolesterol serumnya, ingin diketahui kemungkinan bahwa kadar kolesterol serum seseorang yang dipilih secara acak berada pada interval 160 dan 179 mg/dL dan probabilitas lelaki usia 50 tahun dengan kolesterol serum kurang dari 200 mg/dL.

Dari tabel tersebut didapatkan proporsi (probabilitas) dari sampel dengan interval kadar kolesterol 160-179 mg/dL adalah 37 dari 1047 atau $37/1047 = 0,035$

Frekuensi kumulatif dari sampel dengan kadar kolesterol serum kurang dari 200 mg/dL adalah 15,8% atau $(10+21+37+97)$ dari 1047 sampel = $165/1047 = 0,158$

Tabel 2X2

Tabel 2X2 digunakan untuk menjelaskan hukum probabilitas sbb:

- Tabel terdiri dari 2 baris dan 2 kolom sehingga ada 4 sel.
 - Total dari masing2 baris dan kolom disebut sebagai total marginal dan total dari baris dan kolom disebut sebagai total keseluruhan
-

Tabel: Hasil tes diagnostik standar dan diagnostik eksperimental

	Penyakit +	Penyakit -	Total
Hasil tes +	7	4	11
Hasil tes -	3	86	89
Total	10	90	100

Tabel 2X2

- Hasil disebut + apabila melebihi ambang batas yang ditentukan (cut-off point)
- Hasil disebut – apabila kurang dari ambang batas yang ditentukan (cut-off point)
- Hasilnya:

Dari 100 orang yang diteliti berdasarkan tes diagnostik eksperimental, 10 dinyatakan menderita penyakit berdasarkan tes diagnostik standar (gold-standard) dan 90 dinyatakan bebas penyakit.

Dari 90 orang yang bebas penyakit, 86 mempunyai hasil tes - dan 4 mempunyai hasil tes +.

Dari 10 orang yang sakit, 3 hasil tesnya – dan 7 hasil tesnya +.

Tabel 2X2

- Bagaimana probabilitas dari 100 sampel dinyatakan berpenyakit berdasarkan tes diagnostik standar?

$$P(\text{penyakit } +) = 10/100 = 0,1$$

- Bagaimana probabilitas dari 100 sampel mempunyai hasil tes + dengan tes diagnostik eksperimental?

$$P(\text{hasil } +) = 11/100 = 0,11$$

Aturan dalam hukum probabilitas

- **Probabilitas gabungan** dari 2 atau lebih kejadian klinis merupakan probabilitas yang dapat terjadi secara bersamaan, dan dituliskan sebagai **$P(A+B)$**

Contoh:

Berapa probabilitas sampel yang bebas penyakit mempunyai hasil tes –?

- Lihat kolom Penyakit – dan Hasil –
- Ada 86 dari 100 sampel yang secara bersamaan tanpa penyakit dan hasil tes – atau
- $P(A+B) = 86/100 = 0,86$

Aturan dalam hukum probabilitas

- **Probabilitas terkondisi** adalah probabilitas suatu kejadian akan terjadi setelah kejadian lain telah terjadi **$P(A/B)$**

Contoh-1:

Berapa probabilitas sampel yang kadar kolesterolnya antara 120-139 mg/dL dari mereka yang kadarnya di bawah 240 mg/dL?

- Mereka yang kadar kolesterolnya di bawah 240 adalah 523 dan
- Yang diantara 120-139 = 10.
- $P(B/A) = 10/523=0,19$

Aturan dalam hukum probabilitas

Contoh-2:

Berapa probabilitas sampel yang dinyatakan sakit dari mereka yang hasil tesnya +?

- Mereka yang hasil tesnya + = 11 dari 100 sampel.
 - Dari 11 tsb yang dinyatakan sakit = 7.
 - $P(\text{penyakit+}/\text{hasil+}) = 7/11 = 0,64$,
 - Artinya dari mereka yang hasil tesnya + ada 64% dinyatakan penyakit +.
-

Aturan dalam hukum probabilitas

Probabilitas terkondisi versus probabilitas tak terkondisi:

- a) **Tak terkondisi** artinya diasumsikan hasil tes belum diketahui (pretest) = $P(\text{penyakit}+) = 10/100 = 0,10$
- b) **Terkondisi** artinya dinyatakan penyakit + setelah diketahui hasil tes + (posttest) = $P(\text{penyakit}+ / \text{hasil}+) = 7/11 = 0,64$

Rumus Probabilitas

Probabilitas terkondisi atau

$$P(A/B) = P(A \text{ dan } B) / P(B)$$

Contoh:

- Berapa probabilitas seseorang terkena penyakit mempunyai hasil tes +?
 - $P(\text{penyakit+} / \text{hasil+}) = P(\text{penyakit + \& hasil+}) \text{ dibagi } P(\text{hasil+}) = 7/100 : 11/100 = 7/11 = 0,64$
-

Rumus Probabilitas

Probabilitas gabungan atau

$$P(A+B) = P(A/B) P(B) = P(A) P(B)$$

Contoh:

- Berapa probabilitas seseorang bebas penyakit & mempunyai hasil tes -?
 - $P(\text{penyakit-} / \text{hasil-}) = P(\text{penyakit -} / \text{hasil-})$
 $P(\text{hasil-}) = (86/89) (89/100) = 86/100 = 0,86$
-

Rumus Probabilitas

Probabilitas gabungan atau

$$P(\text{A atau B}) = P(\text{A}) + P(\text{B}) - P(\text{A+B})$$

Contoh:

- Berapa probabilitas seseorang tanpa penyakit atau hasil tesnya -?
- $P(\text{penyakit- atau hasil-}) = P(\text{penyakit-}) + P(\text{hasil-}) - P(\text{penyakit- dan hasil-}) = 90/100 + 89/100 - 86/100 = 93/100 = 0,93$

Rumus Probabilitas

Pemilihan ketua senat mahasiswa FKMUI.

Seorang mahasiswa akan dipilih secara acak dari sejumlah mahasiswa yang ada.

Diketahui $P\text{-dokter} = 0,8$ dan $P\text{-laki2} = 0,6$

Berapa probabilitas bahwa yang terpilih seorang dokter laki2?

Jawab= $0,8 \times 0,6 = 0,48$

Rumus Probabilitas

Berapa probabilitas keluarga dengan 4 anak tidak mempunyai anak laki2 bila diasumsikan bahwa proporsi kelahiran bayi laki2 adalah 0,51?

Bila anak laki2 = B dan perempuan = G, maka probabilitasnya adalah

$$\begin{aligned}P(GGGG) &= [P(G)]^4 = [1-P(B)]^4 = (1-0,51)^4 \\ &= (0,49)^4 = 0,0576\end{aligned}$$

Rumus Probabilitas

Berapa probabilitas keluarga dengan 4 anak mempunyai 1 anak laki-laki dan 3 anak perempuan?

- Kemungkinan susunannya sbb:

BGGG, GBGG, GGBG, GGGB

- Yang masing-masing mempunyai probabilitas

$$= (0,49)^3 \times (0,51) = 0,06$$

- dan probabilitas keluarga dengan 4 anak mempunyai 1 anak laki-laki =

$$4 (0,06) = 0,24$$

Rumus Probabilitas

Suatu tim bulutangkis mempunyai pemain pria 5 orang dan pemain wanita 3 orang. Berapa macam banyaknya ganda campuran yang bisa disiapkan?

Jawab: $5 \times 3 = 15$ ganda campuran

Pemain laki2

P1

P2

P3

P4

P5

Pemain perempuan

W1

W2

W3

Rumus Probabilitas

Kemungkinan susunan atau **permutasi** nya:

P1W1

P1W2

P1W3

P2W1

P2W2

P2W3

P3W1

P3W2

P3W3

P4W1

P4W2

P4W3

P5W1

P5W2

P5W3

Rumus Probabilitas

Kemungkinan susunan atau permutasi:

Untuk 3 huruf XYZ = $3 \times 2 \times 1 = 6$ permutasi

XYZ XZY YXZ YZX ZXY ZYX

Untuk 4 huruf = $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ permutasi

Rumus permutasi = $n \times (n-1) \times (n-2) \dots\dots\dots$

Rumus Probabilitas

Jumlah permutasi untuk 5 buah huruf ABCDE (n) di mana setiap kalinya hanya diambil 3 buah huruf (r)

$$= 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ permutasi}$$

Rumusnya = $n! / (n-r)!$

Rumus Probabilitas

Berapa permutasi dapat dibuat dari huruf2 pada kata
TENNESSEE

Jumlah huruf = 9

Huruf T = 1

Huruf E = 4

Huruf N = 2

Huruf S = 2

Jadi ada $(9! / (4! 2! 2! 1!))$ atau 3780 permutasi

Rumus Probabilitas

Ada berapa kombinasi hadiah yang bisa dipilih oleh seorang juara untuk 4 macam buku dari 7 macam buku yang tersedia?

Jawab: $7! / [(7-4)! 4!] = (7 \times 6 \times 5) / (1 \times 2 \times 3) = 35$ kombinasi
